

Penyelesaian Persamaan Diferensial

Ir. Djoko Luknanto, M.Sc., Ph.D.

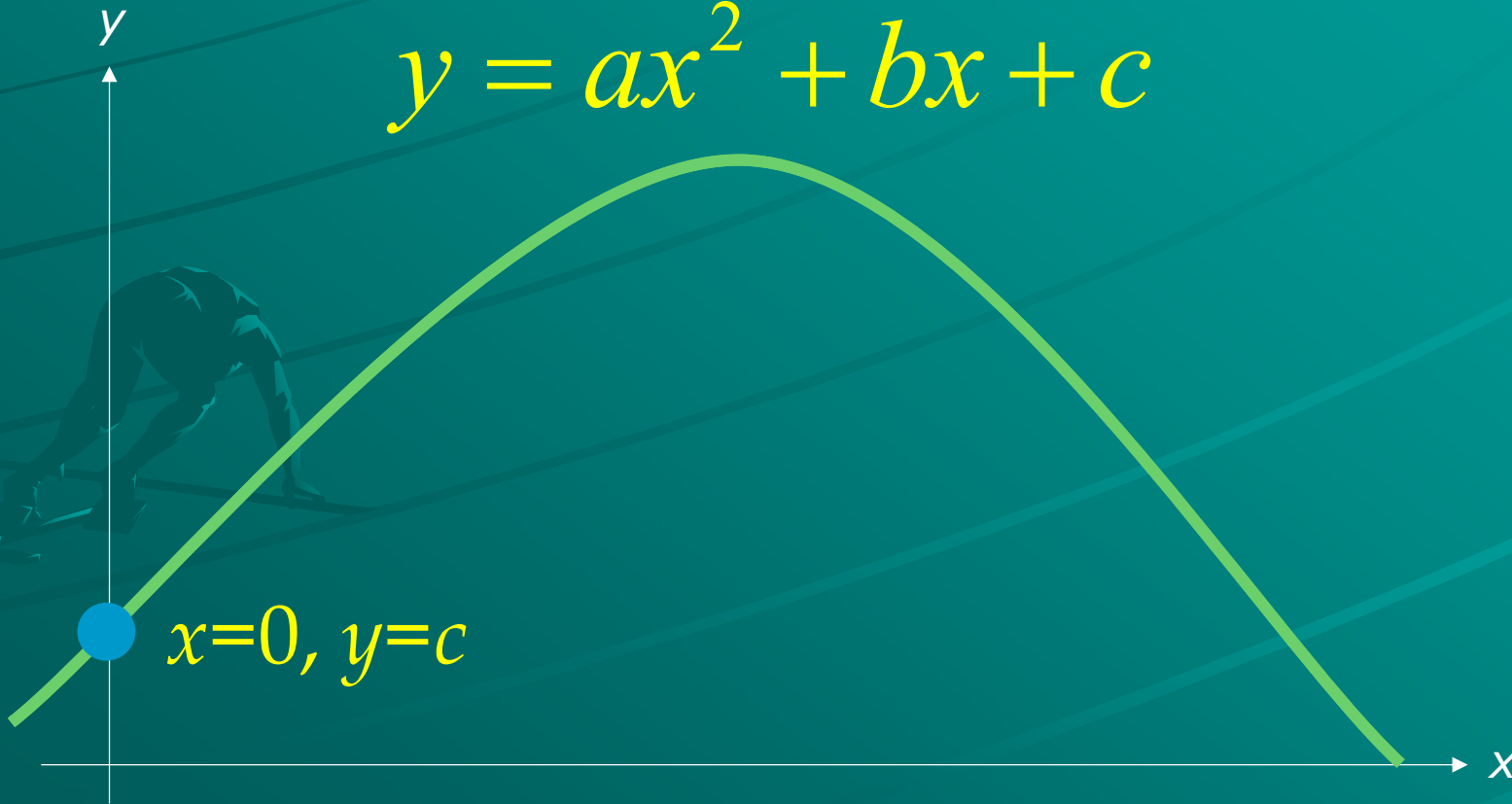
Laboratorium Hidraulika
Departemen Teknik Sipil dan Lingkungan
FT UGM



Penyelesaian Persamaan

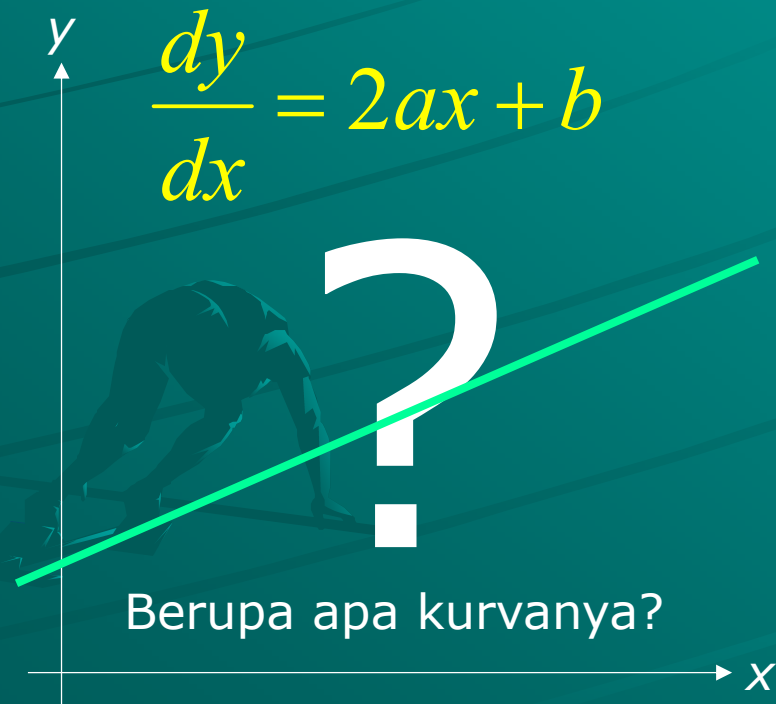
◆ Persamaan Kuadrat

$$y = ax^2 + bx + c$$



Penyelesaian Pers. Diferensial

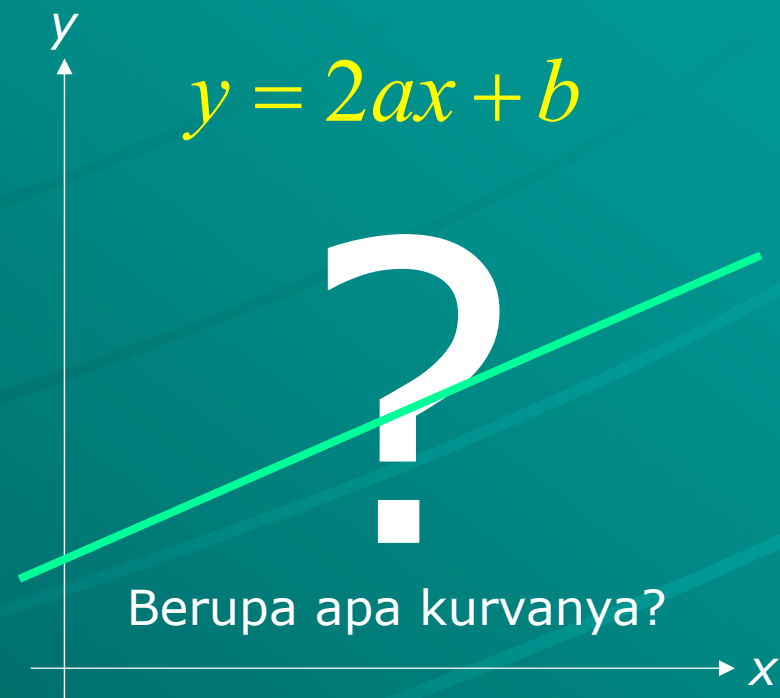
◆ Persamaan Dif. O_1



Berupa apa kurvanya?

Apakah linier kurvanya?

◆ Persamaan Linier

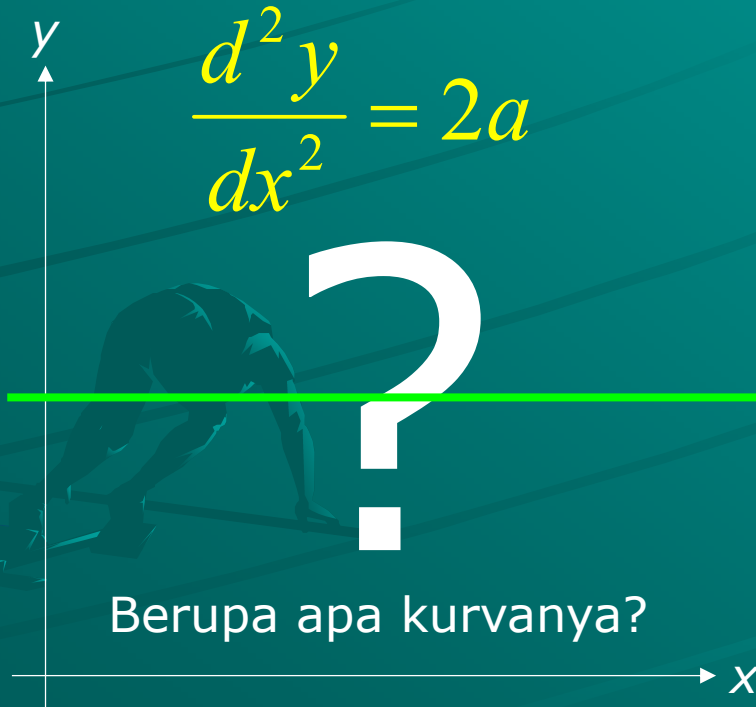


Berupa apa kurvanya?

Jelas linier kurvanya!

Penyelesaian Persamaan

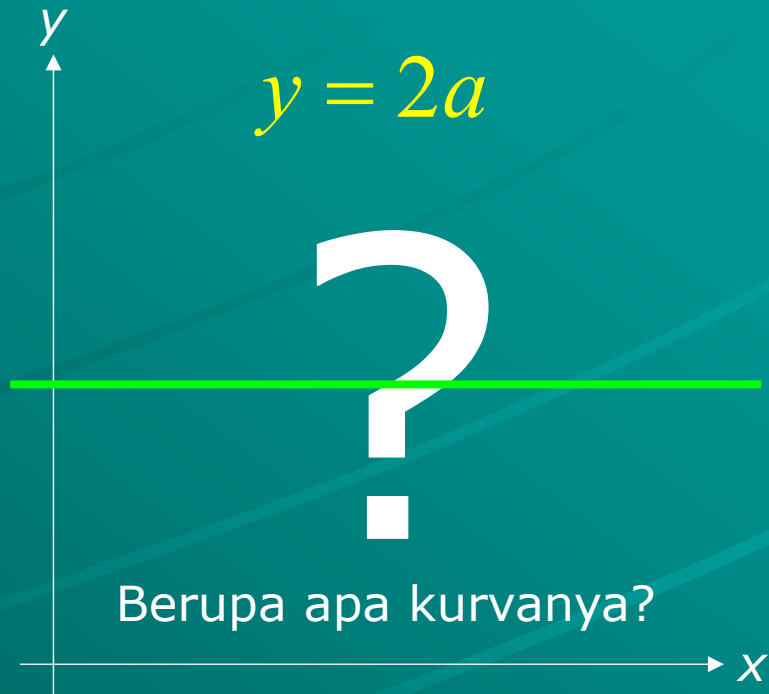
◆ Persamaan Dif. O_2



Berupa apa kurvanya?

Apakah linier kurvanya?

◆ Persamaan Linier



Berupa apa kurvanya?

Jelas linier kurvanya!

Penyelesaian Pers. Dif. O_1

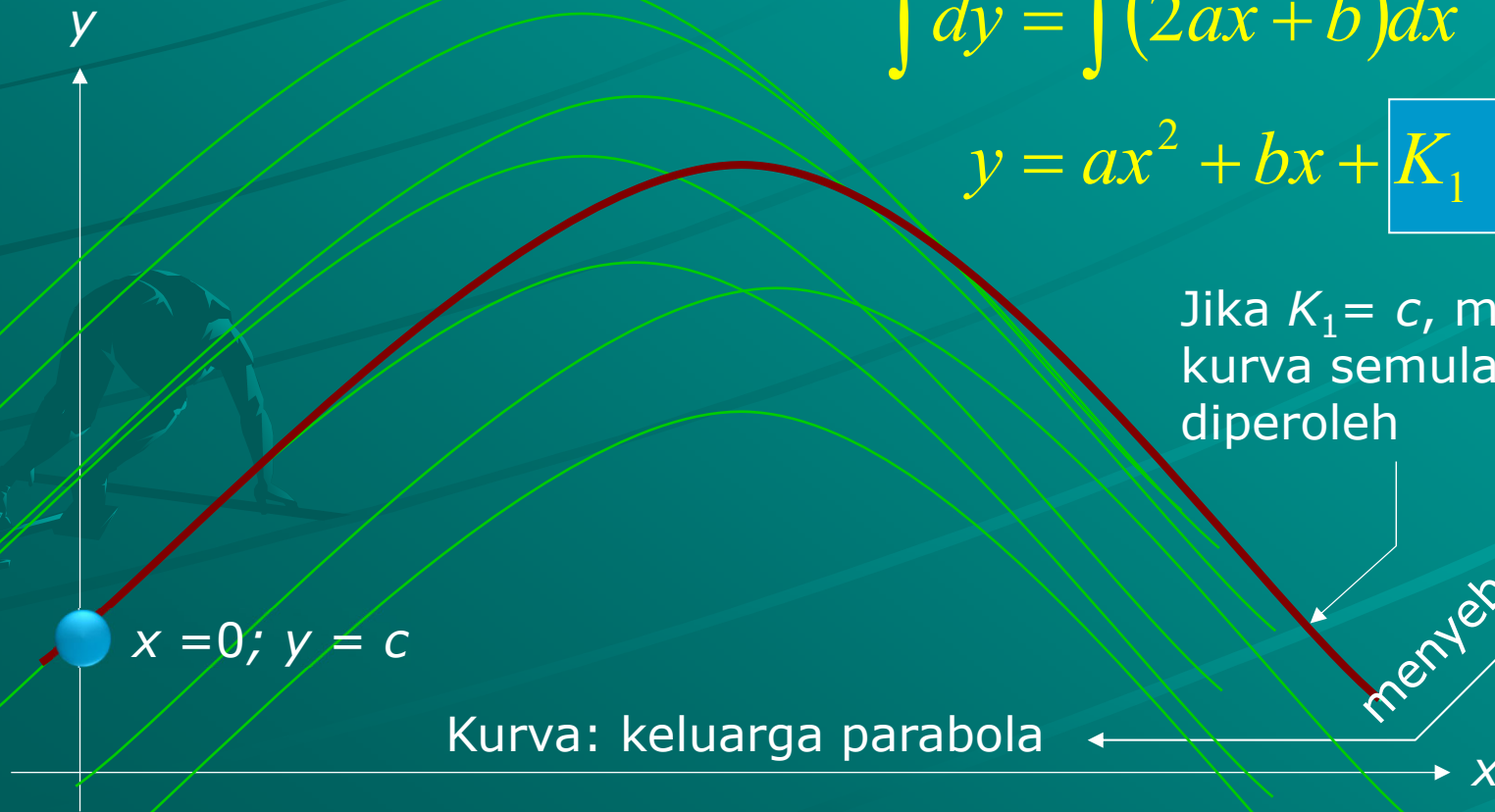
◆ Persamaan Dif. O_1

$$\frac{dy}{dx} = (2ax + b)$$

$$\int dy = \int (2ax + b) dx$$

$$y = ax^2 + bx + K_1$$

Jika $K_1 = c$, maka
kurva semula
diperoleh



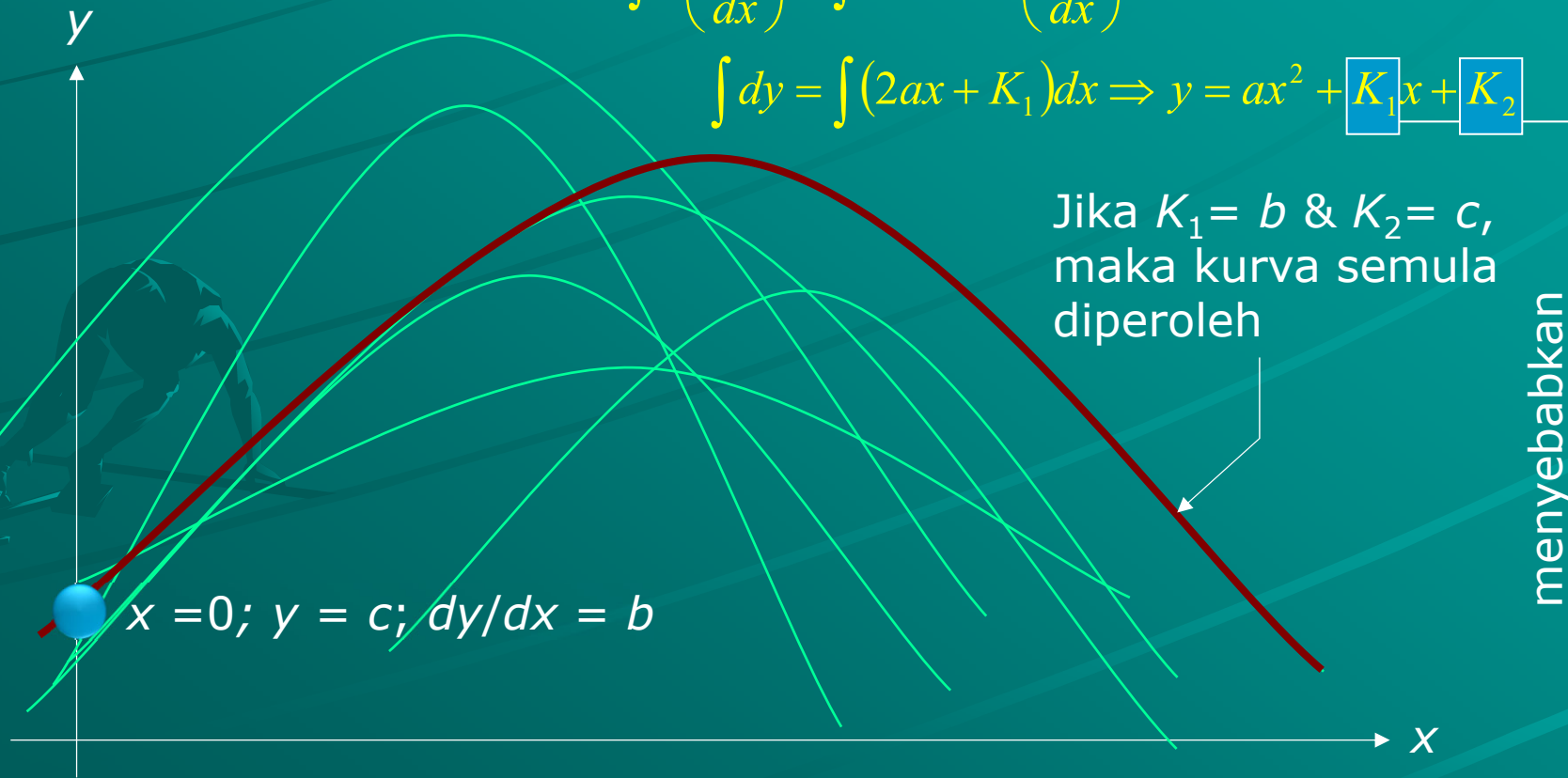
Penyelesaian Pers. Dif. O_2

◆ Persamaan Dif. O_2 $\frac{d^2y}{dx^2} = 2a \Rightarrow \frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dx}\right) = 2a$

$$\int d\left(\frac{dy}{dx}\right) = \int 2a dx \Rightarrow \left(\frac{dy}{dx}\right) = 2ax + K_1$$

$$\int dy = \int (2ax + K_1) dx \Rightarrow y = ax^2 + \boxed{K_1}x + \boxed{K_2}$$

Jika $K_1 = b$ & $K_2 = c$,
maka kurva semula
diperoleh



menyebabkan

Kurva: keluarga parabola

Penyelesaian Persamaan Diferensial

Penyelesaian persamaan Dif. O₂ sbb:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = 2a \Rightarrow y = ax^2 + K_1x + K_2$$

tidak akan kembali kepada
persamaan asli:

$$y = ax^2 + bx + c$$

jika tidak disertai kondisi sbb:

$$K_1 = b \text{ \& } K_2 = c$$

Penyelesaian Persamaan Diferensial

- ◆ Persamaan asli: $y = ax^2 + bx + c$
- ◆ Persamaan dif. yang setara dengan pers. asli mempunyai bentuk:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = 2a$$

$$\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=0} = b \quad \text{dan} \quad y|_{x=0} = c$$

disebut kondisi batas

Kondisi Batas

- ◆ Kondisi batas dalam bentuk akhir:

$$\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=0} = b \quad \text{dan} \quad y|_{x=0} = c$$

- ◆ Diperoleh dari syarat di depan:

$$K_1 = b \quad \& \quad K_2 = c$$

- ◆ Ingat:

$$\left(\frac{dy}{dx} \right) = 2ax + K_1 \quad \text{dan} \quad y = ax^2 + K_1x + K_2$$

Fenomena Alam

- ◆ Fenomena alam kebanyakan dideskripsikan melalui persamaan diferensial:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = 2a$$


$$\left. \frac{dy}{dx} \right]_{x=0} = b \quad \text{dan} \quad y \Big|_{x=0} = c$$

- ◆ Bukan persamaan sederhana eksplisit yang setara:

$$y = ax^2 + bx + c$$

Penyelesaian Pers. Diferensial

- ◆ Persamaan diferensial mempunyai solusi jika disertai dengan kondisi batas
- ◆ Tanpa kondisi batas, solusinya tidak unik (banyak solusi)
- ◆ Contoh:

Pers. Dasar

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = 0$$

Kondisi Batas

