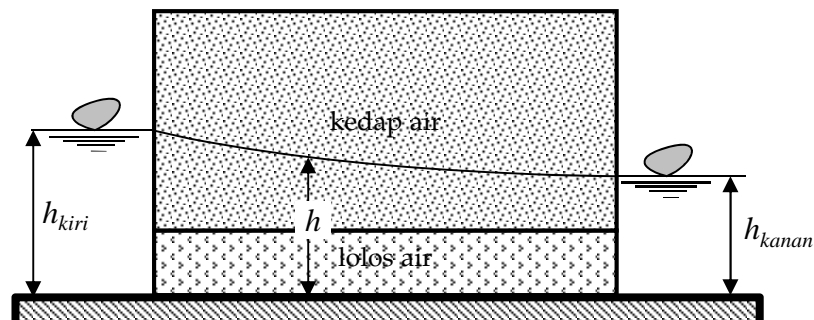


Soal Akuifer Tekan Diapit Dua Sungai

Sebuah akuifer tekan mempunyai konduktivitas hidraulis $K = 0,00035$ m/detik dan diapit oleh dua selokan dengan jarak 5000 m yang mempunyai elevasi muka air $h_{kiri} = 20$ m dan $h_{kanan} = 10$ m. Gunakan metoda beda hingga dengan jarak pias $\Delta x = 500$ m untuk menghitung elevasi muka air dan debit air tanah yang melalui akuifer?



Jawaban Soal Akuifer Tekan Diapit Dua Sungai Secara Numerik - Metoda Iteratif Jacobi

Diketahui:

- $K = 3,50E-04$ m/detik
- $h_{kiri} = 20,0$ m
- $h_{kanan} = 10,0$ m
- $\Delta x = 500,0$ m
- $B_{akuifer} = 5.000,0$ m

Ditanyakan: Elevasi muka air tanah

Formulasi:

Aliran air tanah tunak 1-D:

$$\frac{d^2 h}{dx^2} = 0$$

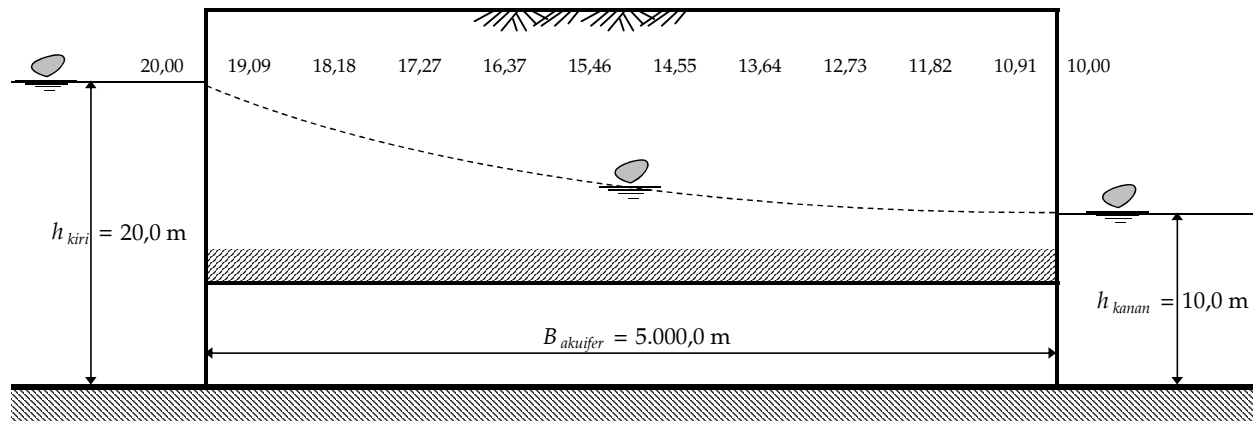
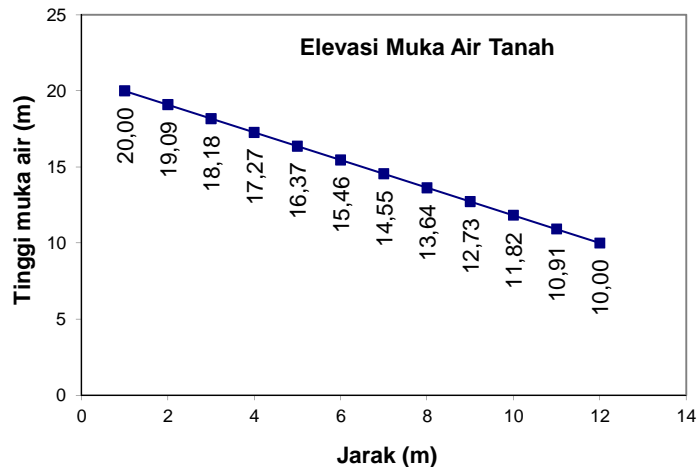
Skema Tengah Diferensi Hingga

$$\frac{d^2 f}{dx^2} \Big|_i = \frac{d\left(\frac{df}{dx}\right)}{dx} = \frac{\left(\frac{df}{dx}\right)_{maju} - \left(\frac{df}{dx}\right)_{mundur}}{\Delta x} = \frac{\frac{f_{i+1} - f_i}{\Delta x} + \frac{f_i - f_{i-1}}{\Delta x}}{\Delta x} = \frac{f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}}{(\Delta x)^2}$$

Persamaan dasar diselesaikan dengan skema tengah menjadi.

$$\frac{f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}}{(\Delta x)^2} = 0 \Rightarrow f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1} = 0 \Rightarrow f_i^{j+1} = \frac{f_{i+1}^j + f_{i-1}^j}{2}$$

j adalah index iterasi



	Kondisi Batas	Hasil Hitungan Iterasi Langsung										Kondisi Batas
$i =$	20,00	19,09	18,18	17,27	16,37	15,46	14,55	13,64	12,73	11,82	10,91	10,00
1	20,00	19,09	18,18	17,27	16,37	15,46	14,55	13,64	12,73	11,82	10,91	10,00
2	20,00	18,50	17,75	17,00	16,25	15,50	14,75	14,00	13,25	12,50	11,75	11,00
3	20,00	18,88	17,75	17,00	16,63	15,50	15,50	14,38	13,88	13,00	11,50	11,00
4	20,00	18,88	17,94	17,19	16,25	16,06	14,94	14,69	13,69	12,69	11,50	11,00
5	20,00	18,97	18,03	17,09	16,63	15,59	15,38	14,31	13,69	12,59	11,34	11,00
6	20,00	19,02	18,03	17,33	16,34	16,00	14,95	14,53	13,45	12,52	11,30	11,00
7	20,00	19,02	18,17	17,19	16,66	15,65	15,27	14,20	13,52	12,38	11,26	11,00
8	20,00	19,09	18,10	17,42	16,42	15,96	14,93	14,39	13,29	12,39	11,19	11,00
9	20,00	19,05	18,25	17,26	16,69	15,67	15,18	14,11	13,39	12,24	11,20	11,00
10	20,00	19,13	18,16	17,47	16,47	15,94	14,89	14,29	13,17	12,29	11,12	11,00
11	20,00	19,08	18,30	17,31	16,70	15,68	15,11	14,03	13,29	12,15	11,15	11,00
12	20,00	19,15	18,19	17,50	16,49	15,91	14,85	14,20	13,09	12,22	11,07	11,00
13	20,00	19,10	18,33	17,34	16,70	15,67	15,05	13,97	13,21	12,08	11,11	11,00
14	20,00	19,16	18,22	17,51	16,51	15,88	14,82	14,13	13,03	12,16	11,04	11,00
15	20,00	19,11	18,34	17,36	16,70	15,67	15,01	13,92	13,15	12,03	11,08	11,00
16	20,00	19,17	18,24	17,52	16,52	15,85	14,80	14,08	12,98	12,11	11,02	11,00
17	20,00	19,12	18,34	17,38	16,68	15,66	14,96	13,89	13,09	12,00	11,06	11,00
18	20,00	19,17	18,25	17,51	16,52	15,82	14,77	14,03	12,94	12,08	11,00	11,00
19	20,00	19,12	18,34	17,38	16,67	15,64	14,93	13,86	13,05	11,97	11,04	11,00
20	20,00	19,17	18,25	17,51	16,51	15,80	14,75	13,99	12,91	12,04	10,99	11,00
21	20,00	19,13	18,34	17,38	16,65	15,63	14,89	13,83	13,02	11,95	11,02	11,00

Jawaban Soal Akuifer Tekan Diapit Dua Sungai Secara Numerik - Metoda Iteratif Seidel

Diketahui:

- $K = 3,50E-04$ m/detik
- $h_{kiri} = 20,0$ m
- $h_{kanan} = 15,0$ m
- $\Delta x = 500,0$ m
- $B_{akuifer} = 5.000,0$ m

Ditanyakan: Elevasi muka air tanah

Formulasi:

Aliran air tanah tunak 1-D:

$$\frac{d^2h}{dx^2} = 0$$

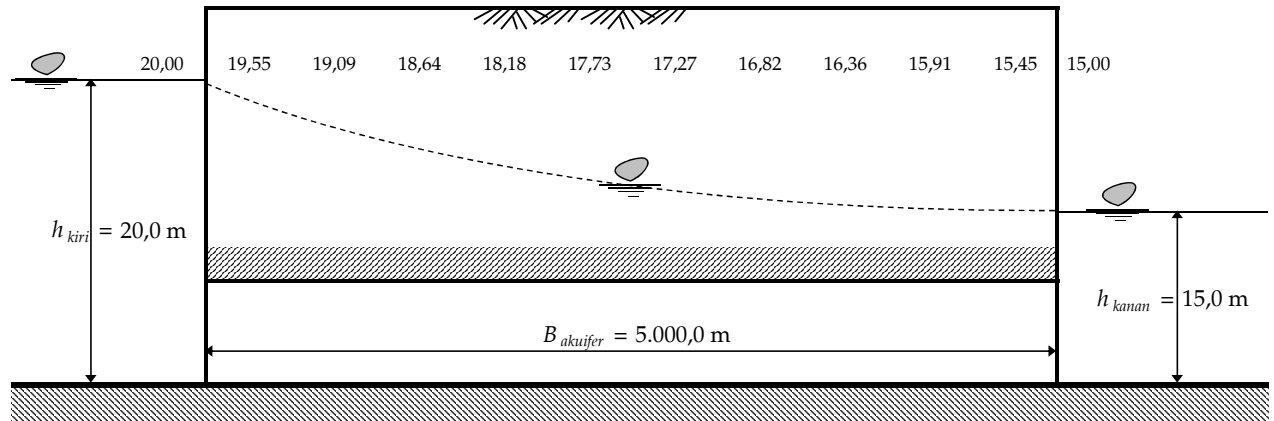
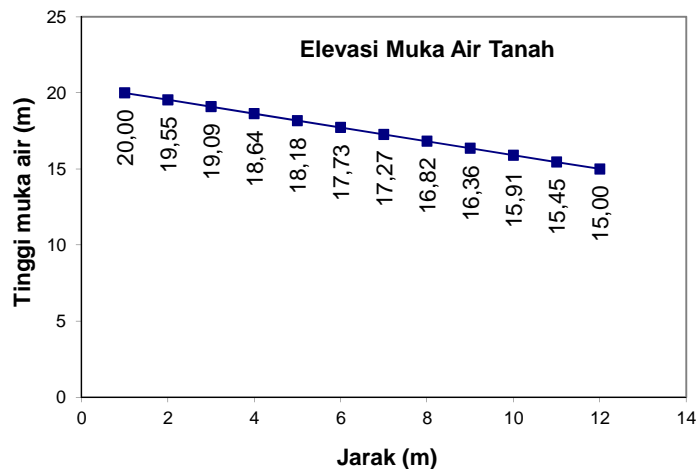
Skema Tengah Diferensi Hingga

$$\frac{d^2f}{dx^2} \Big|_i = \frac{d\left(\frac{df}{dx}\right)}{dx} = \frac{\left(\frac{df}{dx}\right)_{maju} - \left(\frac{df}{dx}\right)_{mundur}}{\Delta x} = \frac{\frac{f_{i+1} - f_i}{\Delta x} + \frac{f_i - f_{i-1}}{\Delta x}}{\Delta x} = \frac{f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}}{(\Delta x)^2}$$

Persamaan dasar diselesaikan dengan skema tengah menjadi.

$$\frac{f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}}{(\Delta x)^2} = 0 \Rightarrow f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1} = 0 \Rightarrow f_i^{j+1} = \frac{f_{i+1}^j + f_{i-1}^j}{2}$$

j adalah index iterasi



	Kondisi Batas	Hasil Hitungan Iterasi Langsung										Kondisi Batas
	20,00	19,55	19,09	18,64	18,18	17,73	17,27	16,82	16,36	15,91	15,45	15,00
$i =$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Kondisi Batas												
Kondisi Awal	20,00	17,00	17,00	17,00	17,00	17,00	14,00	14,00	14,00	14,00	14,00	15,00
Iterasi: 1	20,00	18,50	17,75	17,38	17,19	15,59	14,80	14,40	14,20	14,10	14,55	15,00
2	20,00	18,88	18,13	17,66	16,63	15,71	15,05	14,63	14,36	14,46	14,73	15,00
3	20,00	19,06	18,36	17,49	16,60	15,83	15,23	14,80	14,63	14,68	14,84	15,00
4	20,00	19,18	18,34	17,47	16,65	15,94	15,37	15,00	14,84	14,84	14,92	15,00
5	20,00	19,17	18,32	17,48	16,71	16,04	15,52	15,18	15,01	14,96	14,98	15,00
6	20,00	19,16	18,32	17,52	16,78	16,15	15,66	15,33	15,15	15,07	15,03	15,00
7	20,00	19,16	18,34	17,56	16,85	16,26	15,80	15,47	15,27	15,15	15,08	15,00
8	20,00	19,17	18,36	17,61	16,93	16,36	15,92	15,59	15,37	15,22	15,11	15,00
9	20,00	19,18	18,39	17,66	17,01	16,47	16,03	15,70	15,46	15,29	15,14	15,00
10	20,00	19,20	18,43	17,72	17,09	16,56	16,13	15,80	15,54	15,34	15,17	15,00
11	20,00	19,22	18,47	17,78	17,17	16,65	16,22	15,88	15,61	15,39	15,20	15,00
12	20,00	19,23	18,51	17,84	17,25	16,74	16,31	15,96	15,68	15,44	15,22	15,00
13	20,00	19,25	18,55	17,90	17,32	16,81	16,39	16,03	15,73	15,48	15,24	15,00
14	20,00	19,27	18,58	17,95	17,38	16,88	16,46	16,10	15,79	15,51	15,26	15,00
15	20,00	19,29	18,62	18,00	17,44	16,95	16,52	16,15	15,83	15,54	15,27	15,00
16	20,00	19,31	18,66	18,05	17,50	17,01	16,58	16,21	15,88	15,57	15,29	15,00
17	20,00	19,33	18,69	18,09	17,55	17,07	16,64	16,26	15,92	15,60	15,30	15,00
18	20,00	19,34	18,72	18,14	17,60	17,12	16,69	16,30	15,95	15,63	15,31	15,00
19	20,00	19,36	18,75	18,17	17,65	17,17	16,74	16,34	15,98	15,65	15,32	15,00
20	20,00	19,37	18,77	18,21	17,69	17,21	16,78	16,38	16,02	15,67	15,33	15,00
21	20,00	19,39	18,80	18,24	17,73	17,25	16,82	16,42	16,04	15,69	15,34	15,00

Jawaban Soal Akuifer Tekan Diapit Dua Sungai Secara Numerik - Algoritma Thomas

Diketahui:

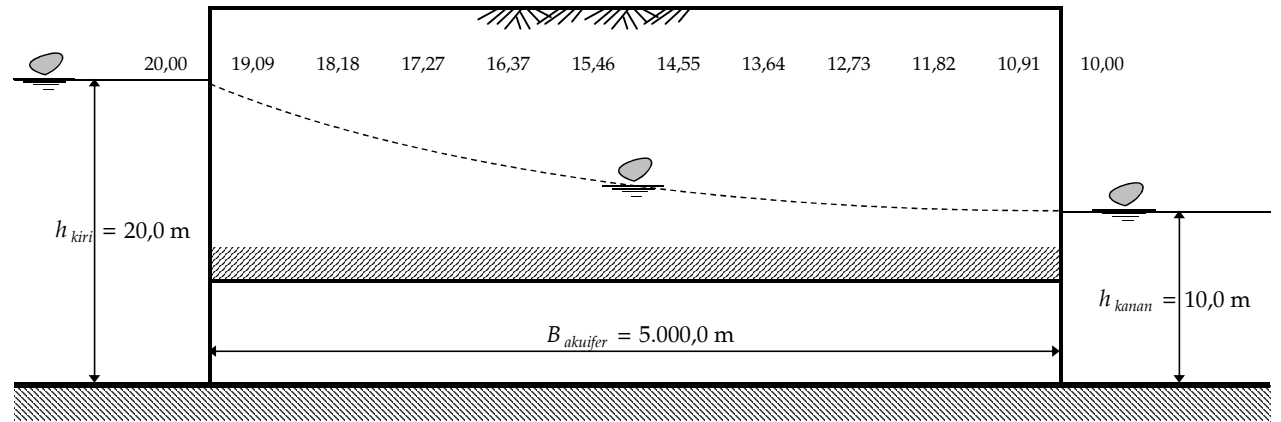
- $K = 3,50E-04$ m/detik
- $h_{kiri} = 20,0$ m
- $h_{kanan} = 10,0$ m
- $\Delta x = 500,0$ m
- $B_{akuifer} = 5.000,0$ m

Ditanyakan: Elevasi muka air tanah

Formulasi:

Dalam bentuk matriks tridiagonal:

$$\begin{bmatrix}
 a_1 & c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 b_2 & a_2 & c_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & b_3 & a_3 & c_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & b_i & a_i & c_i & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{N-1} & a_{N-1} & c_{N-1} & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_N & c_N & 0
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 h_1 \\
 h_2 \\
 \vdots \\
 \vdots \\
 \vdots \\
 h_{i-1} \\
 h_i \\
 h_{i+1} \\
 \vdots \\
 \vdots \\
 h_{20}
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 KB_{hu} \\
 f_2 \\
 \vdots \\
 \vdots \\
 \vdots \\
 f_{i-1} \\
 f_i \\
 f_{i+1} \\
 \vdots \\
 \vdots \\
 KB_{hi}
 \end{bmatrix}$$



Kondisi Batas	Hasil Hitungan Iterasi Langsung											Kondisi Batas	
$i =$	20,00	19,09	18,18	17,27	16,37	15,46	14,55	13,64	12,73	11,82	10,91	10,00	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	

	Hitungan Dengan Algoritma Thomas Untuk Matriks Tridiagonal												
Data f :	20,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	10,00
b :	-	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,00
a :	1,00	-2,00	-2,00	-2,00	-2,00	-2,00	-2,00	-2,00	-2,00	-2,00	-2,00	-2,00	1,00
c :	0,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	-

Hitung α dan γ :

$$\alpha_1 = a_1 \text{ dan } \gamma_1 = \frac{c_1}{\alpha_1}$$

$$\alpha_i = a_i - b_i \gamma_{i-1} \text{ dan } \gamma_i = \frac{c_i}{\alpha_i} \quad i = 2, 3, \dots, n-1$$

$$\alpha_n = a_n - b_n \gamma_{n-1}$$

Hitung h :

$$z_i = \frac{f_i}{\alpha_i} \text{ dan } z_i = \frac{f_i - b_i z_{i-1}}{\alpha_i} \quad i = 2, 3, \dots, n$$

$$h_n = z_n \text{ dan } h_i = z_i - \gamma_i h_{i+1} \quad i = n-1, n-2, \dots, 2, 1$$

Hitung α :	1,00	-2,00	-1,50	-1,33	-1,25	-1,20	-1,17	-1,14	-1,13	-1,11	-1,10	1,00
γ :	0,00	-0,50	-0,67	-0,75	-0,80	-0,83	-0,86	-0,88	-0,89	-0,90	-0,91	-
z :	20,00	10,00	6,67	5,00	4,00	3,33	2,86	2,50	2,22	2,00	1,82	10,00
Solusi h:	20,00	19,09	18,18	17,27	16,36	15,45	14,55	13,64	12,73	11,82	10,91	10,00

