

# Statistika Keairan:

## Analisis Frekuensi

Departemen Teknik Sipil dan Lingkungan  
Fakultas Teknik UGM

oleh

Djoko Luknanto



# ... diubah menjadi informasi ...

## Statistika Data

Minimum: 83

Maksimum: 131

Rerata: 105,6337

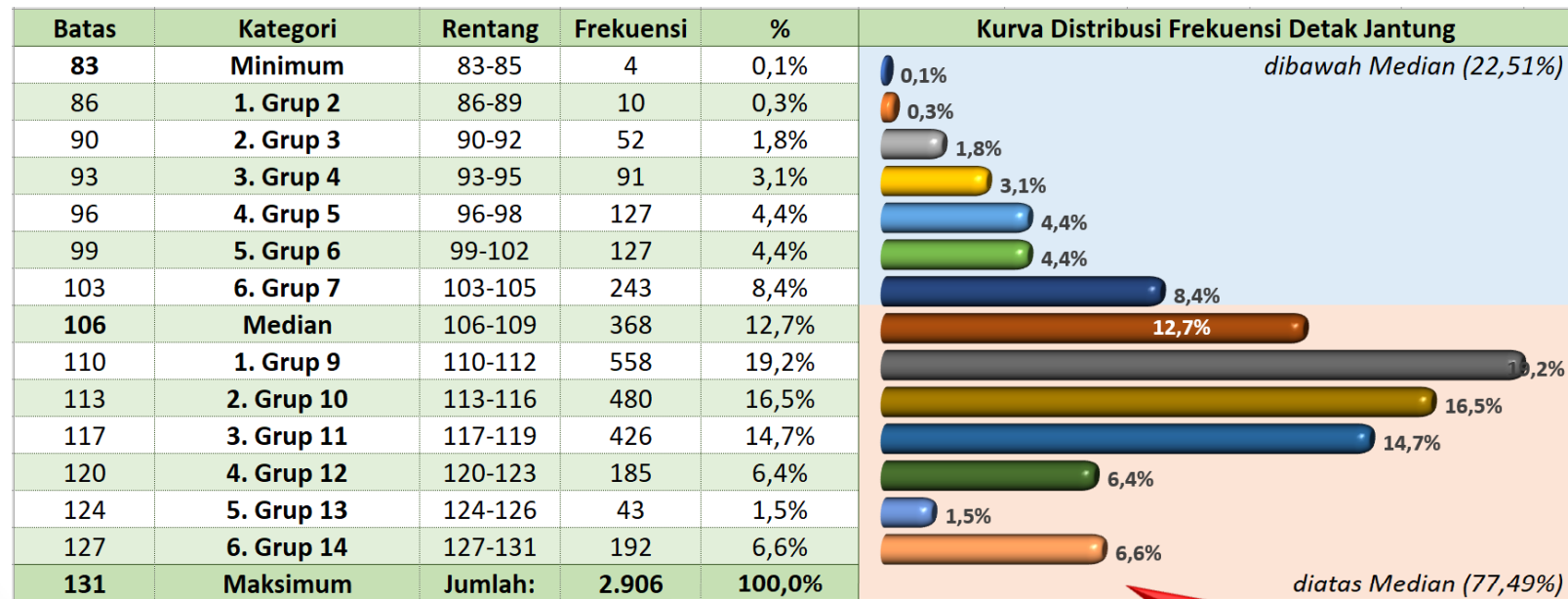
Median: 106

Simpangan Baku: 8,558809

Jumlah Data: 2514

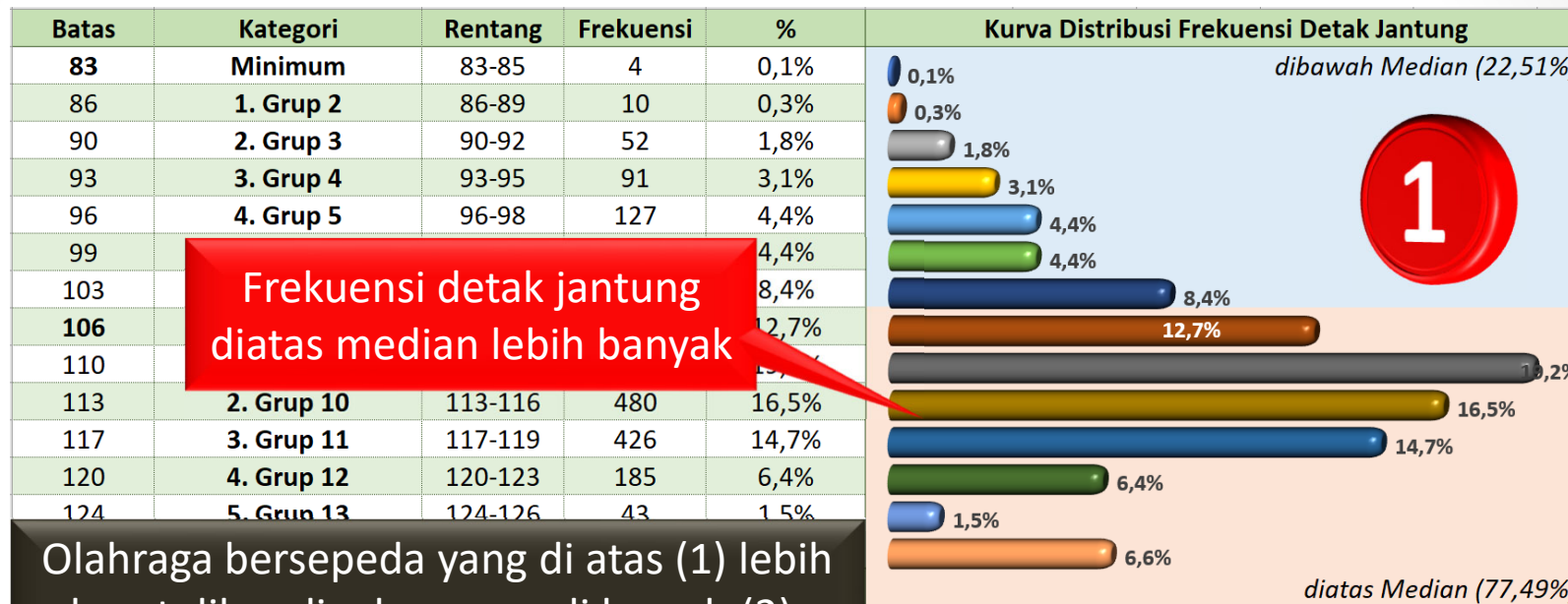
Apakah ada artinya informasi seperti ini?

Seorang pembelajar sejati harus selalu menanyakan secara kritis segala sesuatu, agar tidak terjebak dengan menghafal topik-topik pakem.

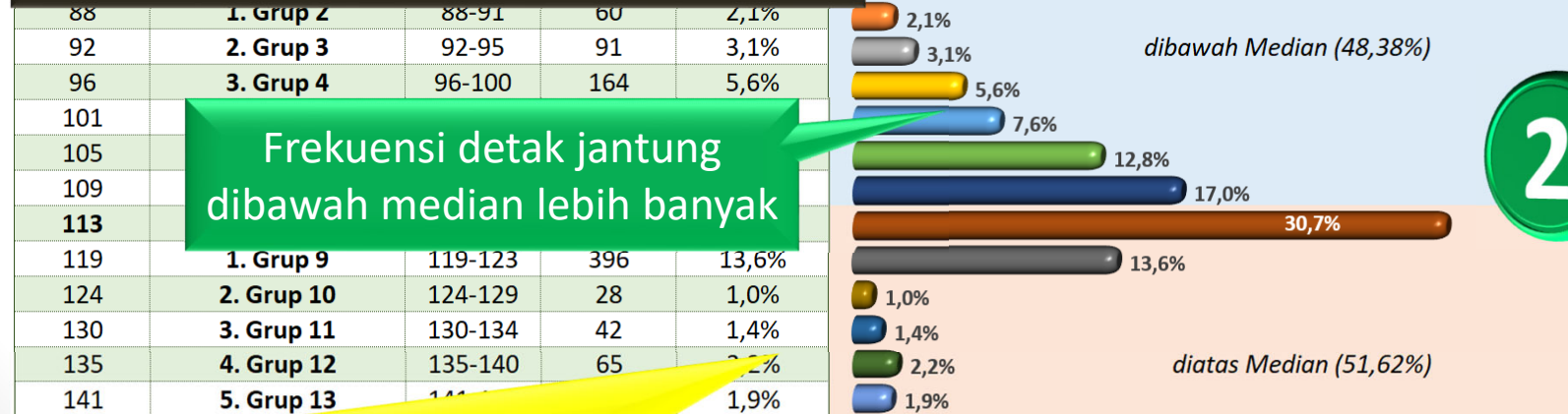


Apakah informasi seperti ini lebih berguna?

# Membandingkan informasi...



Olahraga bersepeda yang di atas (1) lebih berat dibandingkan yang di bawah (2).  
Mengapa?



Apakah informasi seperti ini sudah bermanfaat bagi pengguna?

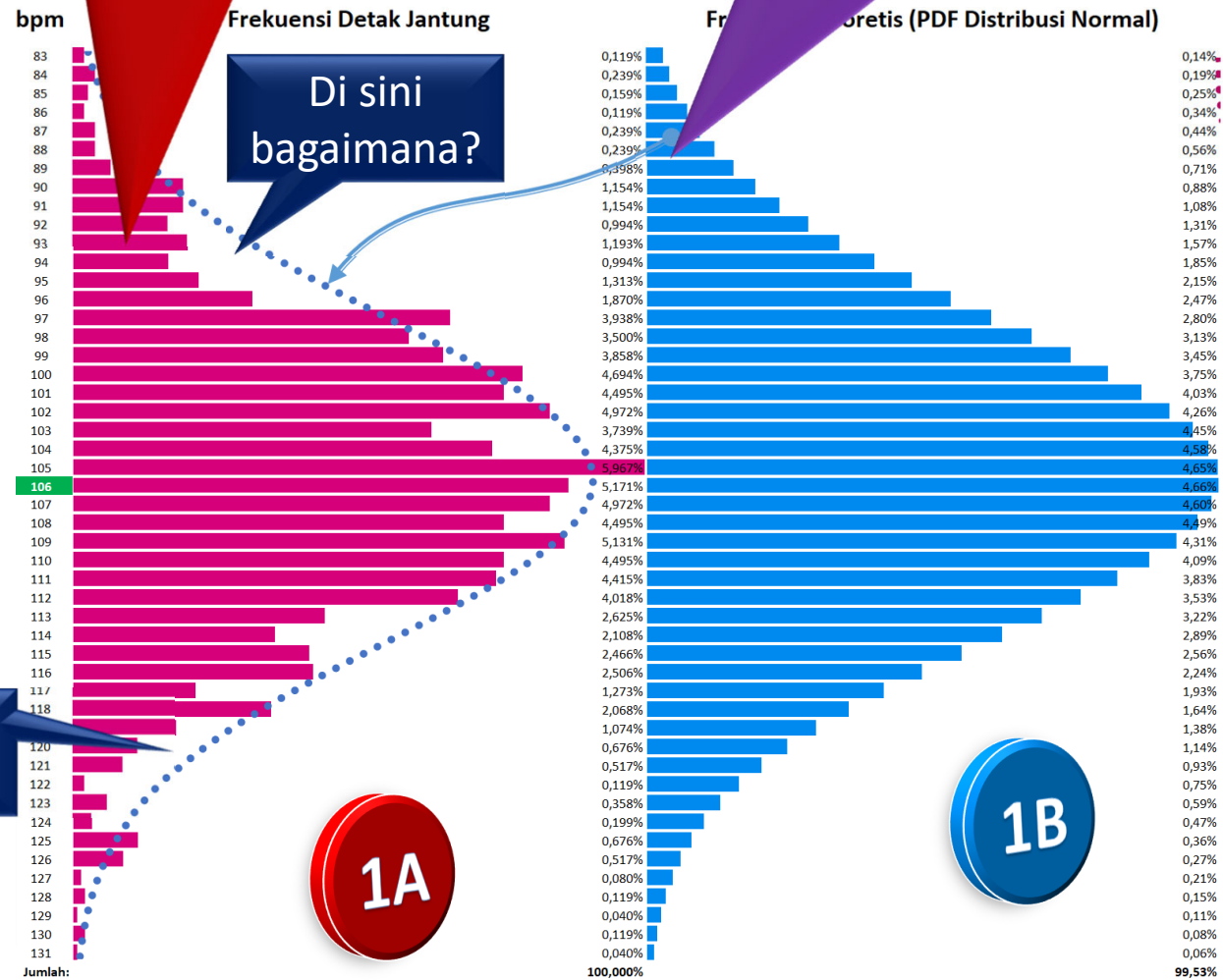
# Perancangan ke masa depan

- Membandingkan informasi dua kelompok data seperti yang dijelaskan sebelumnya, mungkin untuk kasus tertentu, seperti pencatatan detak jantung saat olahraga, sudah mencukupi.
- Namun untuk banyak keperluan perancangan (yang terkait dengan masa depan) dibutuhkan tidak hanya sekedar perbandingan dua kelompok data.
- Pada banyak kasus perancangan, dibutuhkan pengetahuan tentang distribusi teoretis data lapangan. Untuk sekedar ilustrasi pengenalan, data detak jantung di atas dibandingkan dengan andaikan datanya terdistribusi Normal:
  - A. Perbandingan frekuensi, dan
  - B. Perbandingan frekuensi kumulatif.

# Perbandingan Frekuensi (1/2)

Frekuensi data: detak jantung

Frekuensi teoretis (Normal)



Di sini bagaimana?

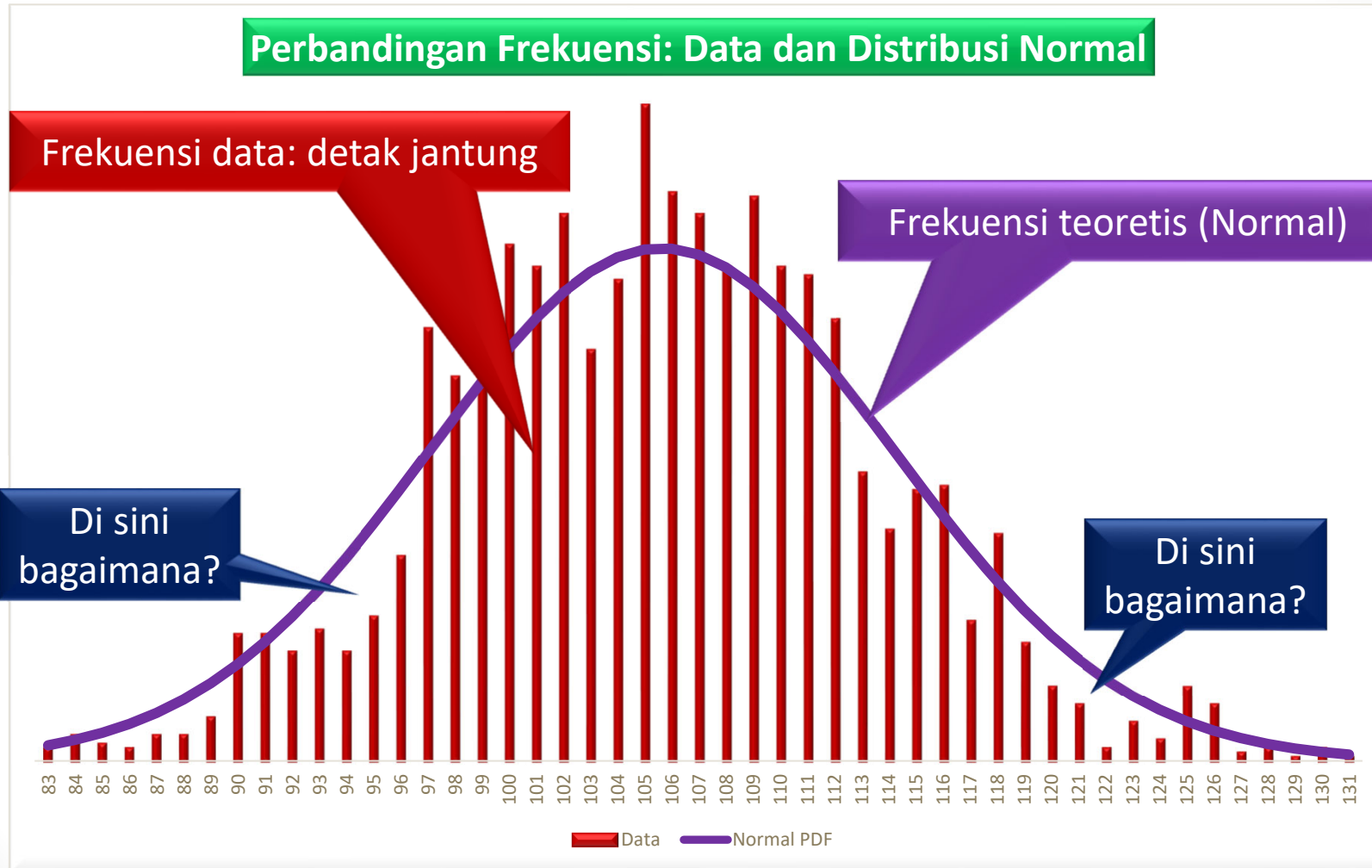
Di sini bagaimana?

1A

1B

Apakah frekuensi data detak jantung terdistribusi Normal-kah?

# Perbandingan Frekuensi (2/2)

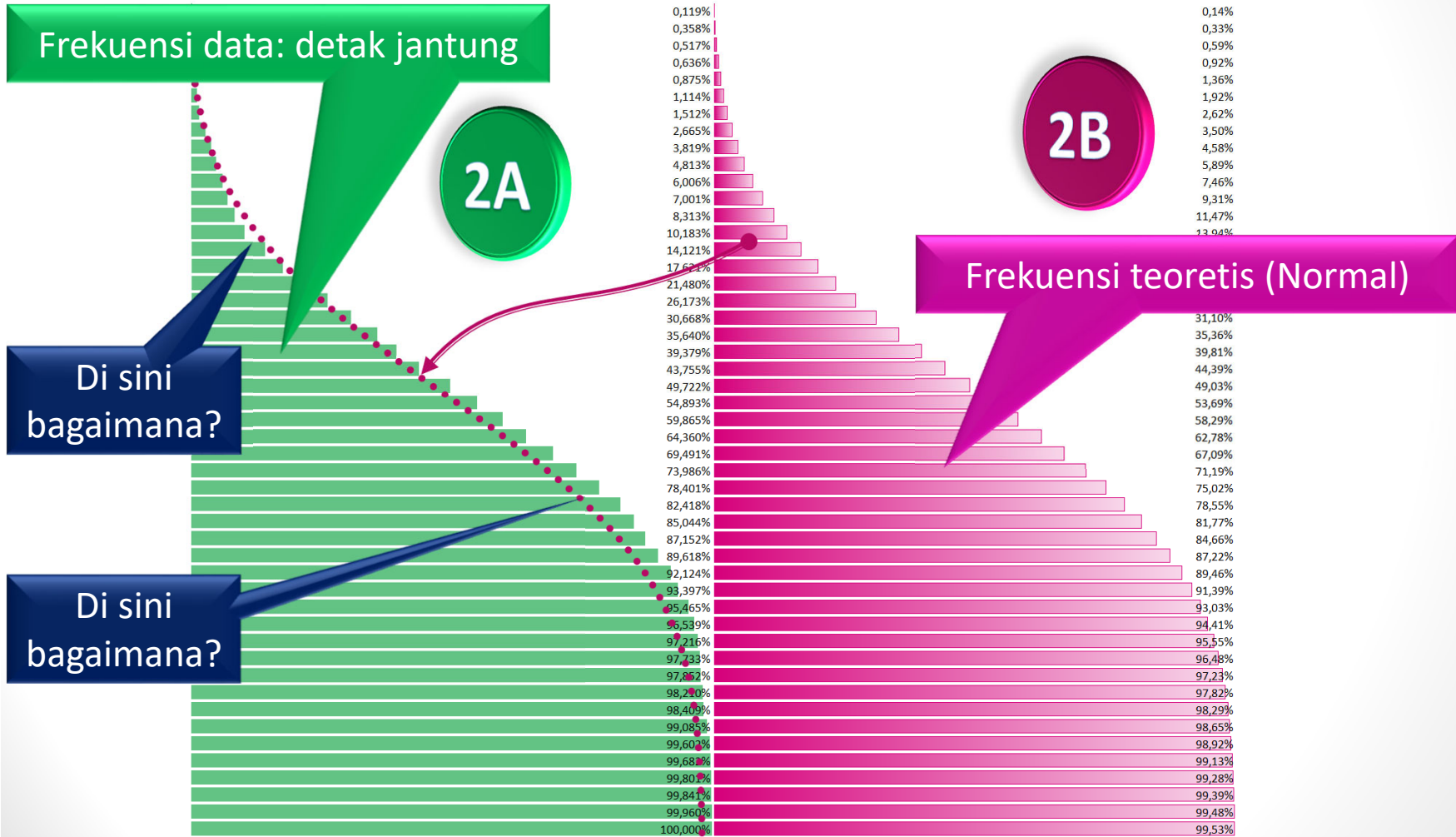


Apakah frekuensi data detak jantung terdistribusi Normal-kah?

# Perbandingan Frekuensi Kumulatif (1/2)

Frekuensi Kumulatif Detak Jantung

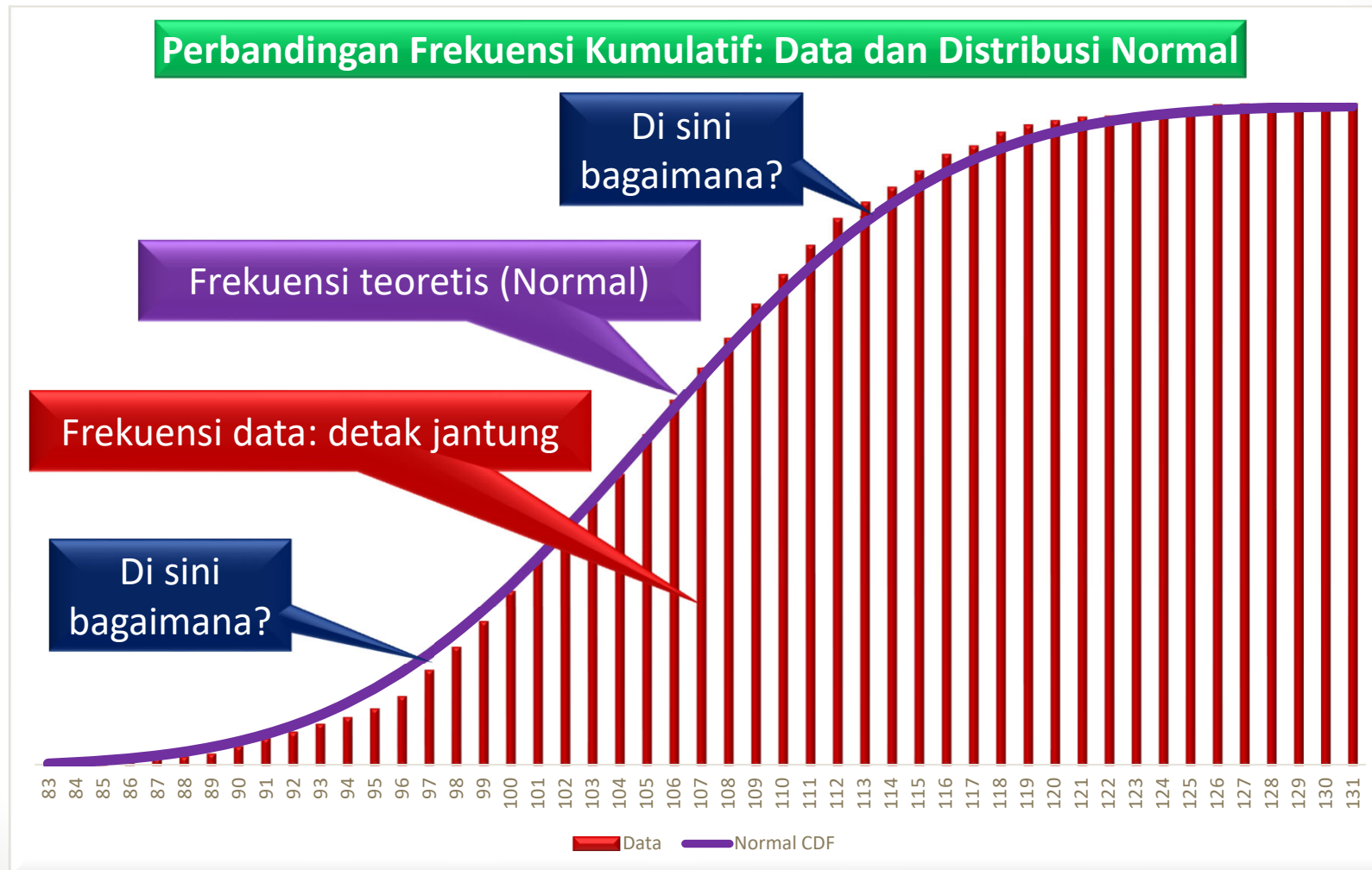
Frekuensi Kumulatif Teoretis (CDF Distribusi Normal)



Apakah frekuensi data detak jantung terdistribusi Normal-kah?



# Perbandingan Frekuensi Kumulatif (2/2)



Apakah frekuensi data detak jantung terdistribusi Normal-kah?

# Distribusi frekuensi debit sungai

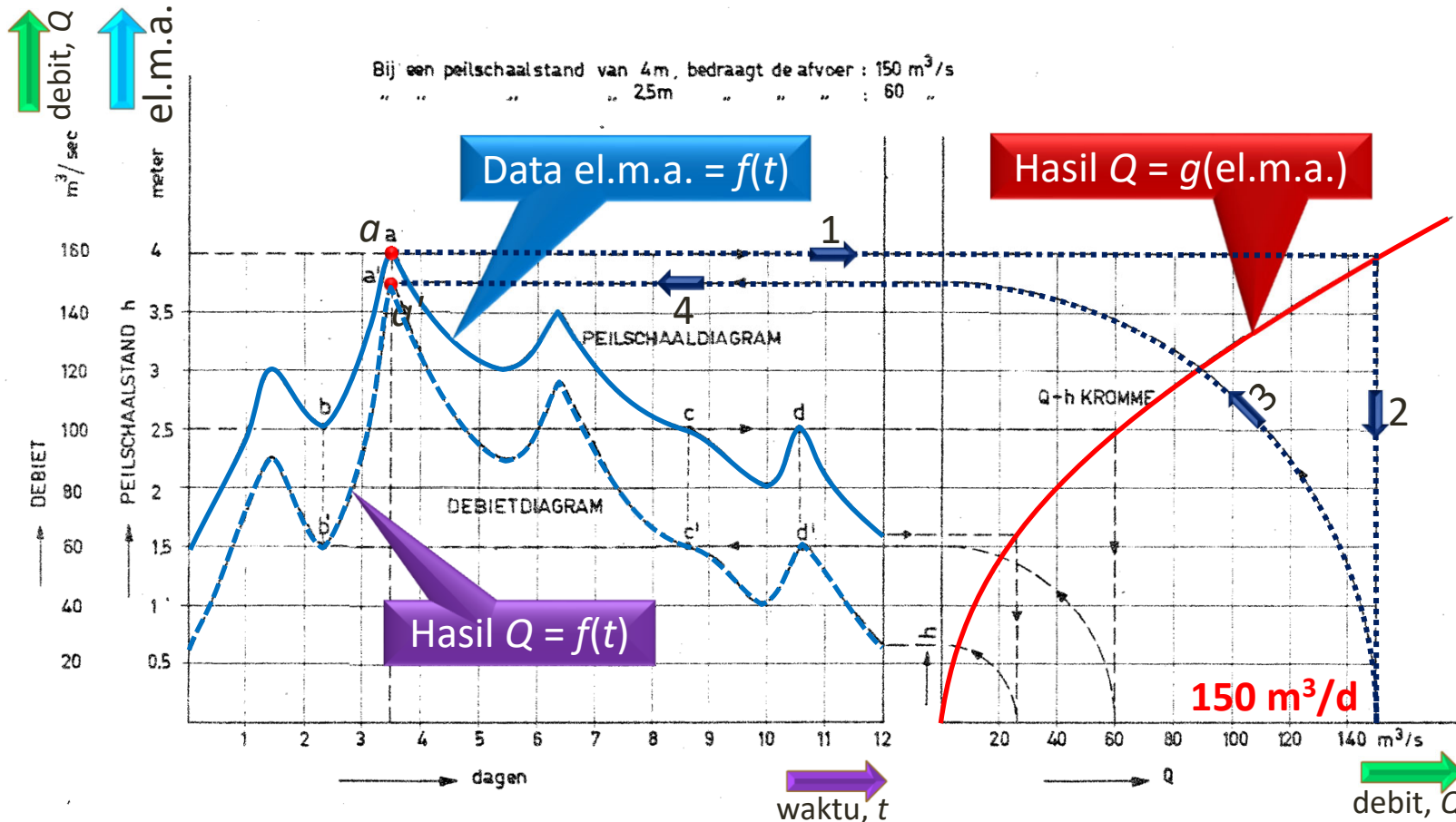
Untuk melakukan pengelolaan sumberdaya air pada sebuah kawasan, dibutuhkan data sumberdaya air terkait, misalkan data klimatologis dan data debit sungai.

Jika sebuah sungai akan dikelola airnya untuk keperluan, misalkan irigasi, air minum, industri, bangunan tenaga air, maka pencatatan debit sungai dibutuhkan.

Untuk mengantarkan kepada pengelolaan sungai yang berkelanjutan, maka pemrosesan data debit sungai akan dijelaskan pada tayangan berikutnya.

# T9: Pencatatan Debit Sungai

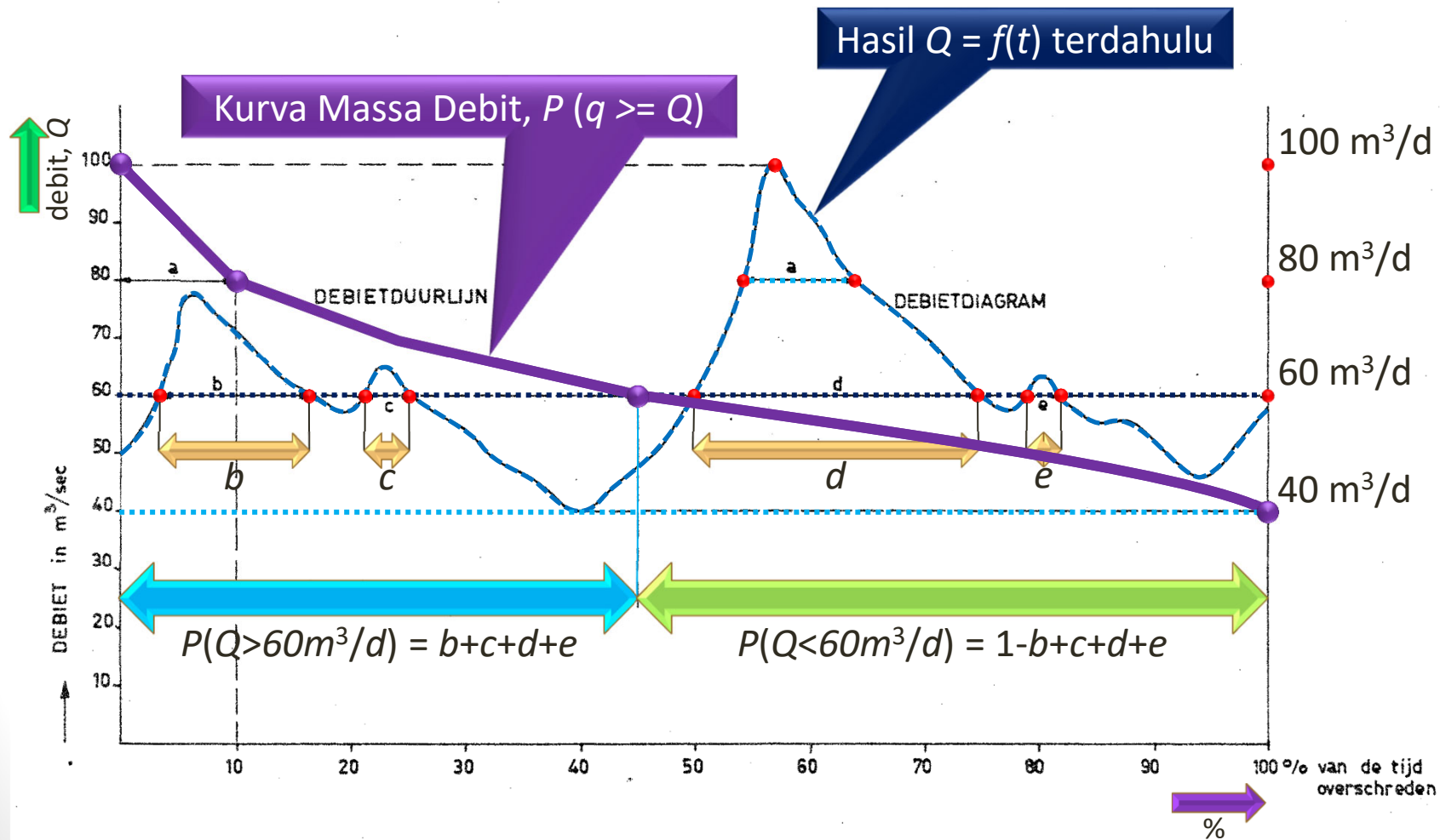
GRAFISCHE BEPALING VAN HET DEBIETDIAGRAM UIT HET PEILSCHAALDIAGRAM MET BEHULP VAN DE Q-h KROMME.



Prosedur untuk mengubah el.m.a (Titik a) menjadi Q (Titik a') diulang-ulang sampai diperoleh hasil berupa kurva Q sepanjang waktu (t).

# T10: Kurva Massa Debit Sungai

GRAFISCHE BEPALING VAN DE DEBIETDUURLIJN UIT HET DEBIETDIAGRAM



UIT DE DUURLIJN IS AF TE LEZEN DAT BIJVOORBEELD  
EEN DEBIT VAN  $80 \text{ m}^3/\text{sec}$  GEURENDE 10% v.d. TIJD IS OVSCHREDEN.

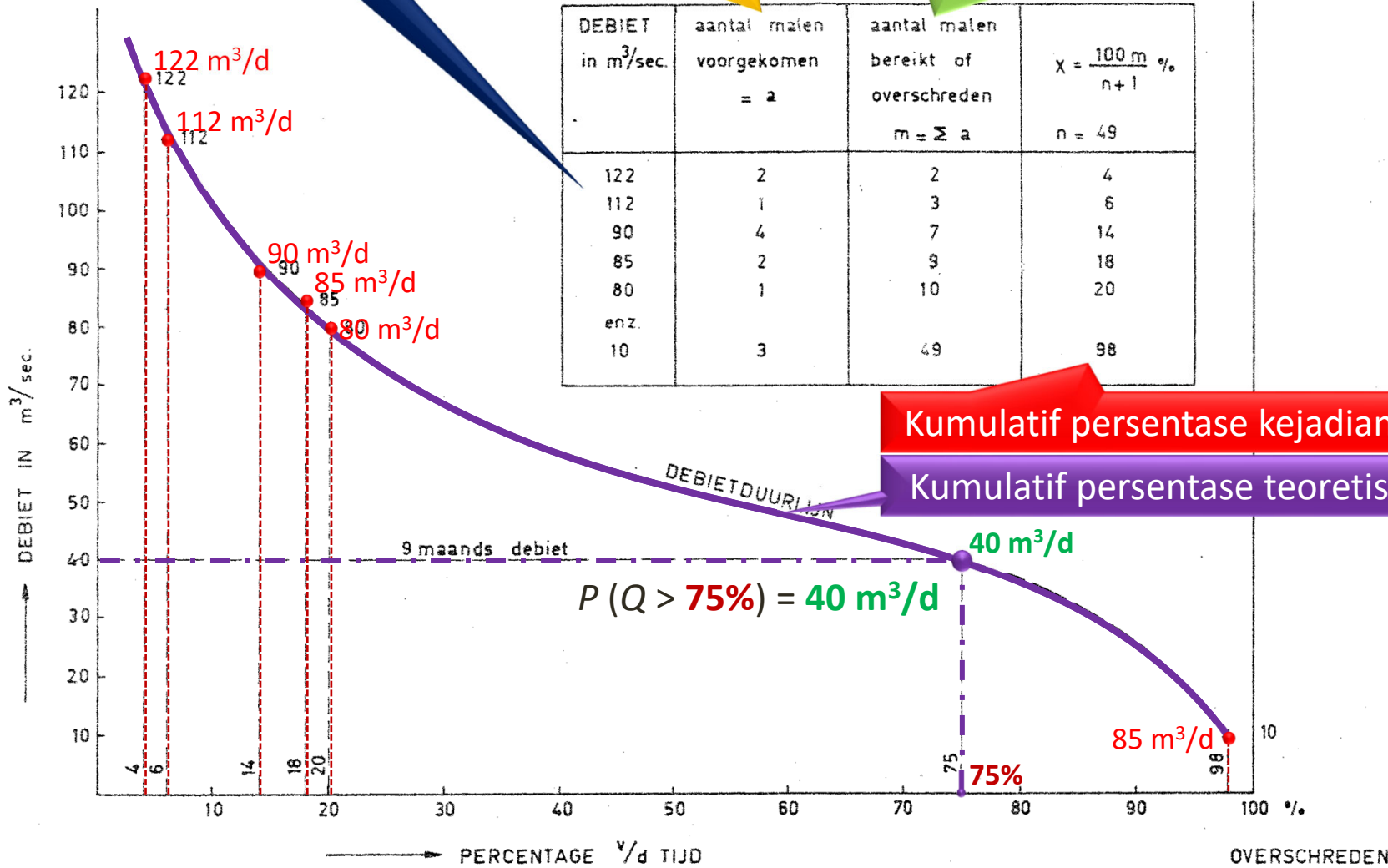
# T11: Kurva Massa Debit Sungai

CONSTRUKSI

Data  $Q = f(t)$

Frekuensi kejadian

Kumulatif Frekuensi kejadian



# Kurva Masa Debit Sungai di AS

Run Off cfs	f (jumlah kejadian) hari	$m = \sum f$ (jumlah hari $\geq$ ) hari	$p (\geq)$ %	$m/(n+1)$ %
500	1	365	100,00%	99,73%
600	12	364	99,73%	99,45%
700	8	352	96,44%	96,17%
800	6	344	94,25%	93,99%
900	9	338	92,60%	92,35%
1.000	10	329	90,14%	89,89%
1.100	6	319	87,40%	87,16%
1.200	7	313	85,75%	85,52%
1.300	3	306	83,84%	83,61%
1.400	9	303	83,01%	82,79%
1.600	13	294	80,55%	80,33%
1.800	6	281	76,99%	76,78%
2.000	14	275	75,34%	75,14%
2.200	21	261	71,51%	71,31%
2.400	14	240	65,75%	65,57%
2.600	10	226	61,92%	61,75%
2.800	10	216	59,18%	59,02%
3.000	5	206	56,44%	56,28%
3.200	5	201	55,07%	54,92%
3.400	18	196	53,70%	53,55%
3.600	11	178	48,77%	48,63%
3.800	17	167	45,75%	45,63%
4.000	13	150	41,10%	40,98%
4.200	13	137	37,53%	37,43%
4.400	10	124	33,97%	33,88%
4.600	2	114	31,23%	31,15%
4.800	8	112	30,68%	30,60%
5.000	13	104	28,49%	28,42%
5.500	13	91	24,93%	24,86%
6.000	14	78	21,37%	21,31%
6.500	4	64	17,53%	17,49%
7.000	5	60	16,44%	16,39%
7.500	0	55	15,07%	15,03%
8.000	6	55	15,07%	15,03%
8.500	10	49	13,42%	13,39%
9.000	3	39	10,68%	10,66%
9.500	5	36	9,86%	9,84%
10.000	8	31	8,49%	8,47%
10.500	4	23	6,30%	6,28%
11.000	1	19	5,21%	5,19%
11.500	5	18	4,93%	4,92%
12.000	9	13	3,56%	3,55%
12.500	4	4	1,10%	1,09%
Jumlah hari:		365		

data historis



untuk prediksi sehingga tidak ada probabilitas 100%

# Pelbagai *Plotting Position*

- Untuk menggambarkan GMD biasanya digunakan *plotting position*.
- Pelbagai rumus *plotting position* disajikan di sebelah kanan.
- Catatan: nilai  $0 < a < 1$  tergantung  $n$  jumlah data.

Lebih sering digunakan!

$$\text{California, 1923: } \frac{m}{n}$$

$$\text{Hazen, 1930: } \frac{2m-1}{2n}$$

$$\text{Beard: } 1 - \sqrt[n]{0,5}$$

$$\text{Weibull, 1939: } \frac{m}{n+1}$$

$$\text{Chegadayevev, 1955: } \frac{m-0,3}{n+0,4}$$

$$\text{Blom, 1958: } \frac{m-3/8}{n+2/8}$$

$$\text{Tukey, 1962: } \frac{3m-1}{3n+1}$$

$$\text{Gringorten, 1963: } \frac{m-a}{n+1-2a}$$

# Sifat-sifat *plotting position*

- A. Gumbel (1958) menyatakan bahwa *plotting position* harus memenuhi kriteria berikut ini:
1. Seluruh data dapat di-plot-kan.
  2. Nilainya harus diantara frekuensi nyata di lapangan  $(m-1)/n$  dan  $m/n$ , dengan  $m$  adalah peringkat data dimulai dengan  $m=1$  sampai dengan  $n$  adalah jumlah data.
  3. Nilai kebalikan Butir 2 diatas, harus menuju nilai  $n$ .
  4. Data observasi harus di-plot-kan dengan jarak sama.
  5. Mempunyai makna intuitif, mudah dihitung, dan digunakan.
- B. Perlu diperhatikan bahwa setiap rumus *plotting position* mempunyai nilai hamper sama pada, pusat distribusi data, tetapi berbeda pada ujung distribusi.
- C. Dalam pembahasan selanjutnya akan digunakan *plotting position* Weibull  $\frac{m}{n+1}$



# Contoh Hasil Hitungan

## HITUNGAN PROBABILITAS ANDALAN DEBIT BULANAN S. BUTUH

Probabilitas Sesuai Urutan	Probabilitas Andalan	KARAKTERISTIK DEBIT (M3/DT) MENURUT PROBABILITASNYA							
		Normal		Log Normal		Gumbel		Log Pearson III	
P(x>=X)	P(x>=X)	K <sub>A</sub>	X <sub>A</sub>	K <sub>A</sub>	X <sub>A</sub>	K <sub>A</sub>	X <sub>A</sub>	K <sub>A</sub>	X <sub>A</sub>
99,75%	99,75%	-2,807	-72,384	-1,238	2,557	-1,846	-26,467	-3,157	1,807
99,50%	99,50%	-2,576	-61,338	-1,225	3,216	-1,750	-21,887	-2,861	2,425
99,00%	99,00%	-2,326	-49,418	-1,206	4,118	-1,641	-16,664	-2,547	3,309
98,00%	98,00%	-2,054	-36,394	-1,179	5,395	-1,514	-10,587	-2,212	4,610
96,00%	96,00%	-1,751	-21,914	-1,140	7,285	-1,362	-3,322	-1,850	6,601
95,00%	95,00%	-1,645	-16,858	-1,123	8,091	-1,306	-0,646	-1,726	7,466
90,00%	90,00%	-1,282	0,499	-1,049	11,599	-1,100	9,157	-1,309	11,286
80,00%	80,00%	-0,842	21,518	-0,917	17,938	-0,821	22,499	-0,823	18,269
50,00%	50,00%	0,000	61,728	-0,427	41,312	-0,164	53,880	0,050	43,423
20,00%	20,00%	0,842	101,939	0,699	95,140	0,719	96,102	0,853	96,173
10,00%	10,00%	1,282	122,957	1,788	147,143	1,305	124,057	1,245	141,842
4,00%	04,00%	1,751	145,371	3,611	234,254	2,044	159,378	1,643	210,440
5,00%	05,00%	1,645	140,315	3,123	210,926	1,866	150,872	1,555	192,861
2,00%	02,00%	2,054	159,851	5,329	316,334	2,592	185,581	1,889	268,641
1,00%	01,00%	2,326	172,875	7,383	414,468	3,137	211,591	2,103	332,285
0,50%	00,50%	2,576	184,794	9,817	530,744	3,679	237,505	2,294	401,357
0,25%	00,25%	2,807	195,840	12,678	667,438	4,221	263,373	2,466	475,827
0,20%	00,20%	2,878	199,239	13,698	716,192	4,395	271,695	2,518	500,945
0,10%	00,10%	3,090	209,371	17,205	883,729	4,936	297,535	2,670	582,490
0,05%	00,05%	3,291	218,940	21,267	1.177,803	5,476	323,363	2,810	669,323
0,03%	00,03%	3,481	228,029	25,948	1.380,491	6,017	349,193	2,940	761,421
0,02%	00,02%	3,540	230,864	27,598	1.380,491	6,017	357,509	2,980	792,178

1. Probabilitas debit andalan yang mungkin terjadi di masa depan

2. Nilai debit andalan yang mungkin terjadi di masa depan

# Keserupaan dengan distribusi teoretis

- Untuk kepentingan perancangan, maka keyakinan bahwa distribusi sekelompok data mengikuti distribusi teoretis tertentu menjadi penting.
- Karakteristika distribusi teoritis yang cocok dengan data inilah yang akan digunakan untuk memprakirakan kejadian di masa depan.
- Oleh karena itu dikembangkan beberapa metoda untuk meyakinkan apakah sekelompok data lapangan mempunyai karakteristik distribusi teoretis tertentu.
- Dalam keilmuan sumberdaya air ada 2 metoda/tes yang biasa digunakan yaitu:
  1. Tes Kolmogorov-Smirnov, dan
  2. Tes Chi-Kuadrat.

# Uji Kolmogorov-Smirnov

$$\Delta_{\max} = \text{Max} | P(x) - P_n(x) |$$

dengan  $P(x)$ : distribusi kumulatif teoretis  $x$ ,  $P_n(x)$ : distribusi kumulatif data lapangan  $x$  yang sedang diuji, dan  $\Delta_{\max}$ : nilai maksimum selisih absolut antara distribusi kumulatif teoretis dengan data.

- Jika nilai  $\Delta_{\max} > \Delta_{\text{kritis}}$ , maka distribusi kumulatif data tidak serupa dengan distribusi kumulatif teoretis  $P(x)$ .
- Nilai  $\Delta_{\text{kritis}}$  tergantung dari kisaran kepercayaan ( $\alpha$ ) dan jumlah data ( $n$ ) distribusi kumulatif teoretis  $P(x)$ .
- Nilai  $\Delta_{\text{kritis}}$  dapat dilihat dalam tabel Kolmogorov-Smirnov.

# Prosedur Uji Kolmogorov-Smirnov

1. Hitung probabilitas kumulatif data dengan menggunakan salah satu formula, misalkan  $\frac{m}{N+1}$ , dengan  $m$ : frekuensi kumulatif kejadian setiap datum,  $N$ : jumlah seluruh kejadian.
2. Hitung probabilitas kumulatif distribusi teoretis yang akan diuji. Gunakan formula sesuai dengan CDF-nya.
3. Hitung selisih absolut nilai Butir 1 dan 2 untuk masing-masing datum, kemudian hitung nilai maksimumnya ( $\Delta_{\max}$ ).
4. Hitung  $\Delta_{\text{kritis}}$  (lihat dalam tabel Kolmogorov-Smirnov) berdasarkan kisaran kepercayaan ( $\alpha$ ) dan jumlah data ( $n$ ).
5. Tentukan apakah distribusi kumulatif teoretis dapat digunakan untuk mewakili data (serupa dengan distribusi kumulatif data) yaitu jika nilai dari Butir 3,  $\Delta_{\max} < \Delta_{\text{kritis}}$ .  
Jika nilai  $\Delta_{\max} > \Delta_{\text{kritis}}$ , maka distribusi kumulatif data tidak serupa dengan distribusi kumulatif teoretis  $P(x)$ .

# Tabel Kolmogorov-Smirnov

Tabel Nilai Kritis Uji Kolmogorov-Smirnov

n	$\alpha = 0,20$	$\alpha = 0,10$	$\alpha = 0,05$	$\alpha = 0,02$	$\alpha = 0,01$
1	0,900	0,950	0,975	0,990	0,995
2	0,684	0,776	0,842	0,900	0,929
3	0,565	0,636	0,708	0,785	0,829
4	0,493	0,565	0,624	0,689	0,734
5	0,447	0,509	0,563	0,627	0,669
6	0,410	0,468	0,519	0,577	0,617
7	0,381	0,436	0,483	0,538	0,576
8	0,359	0,410	0,454	0,507	0,542
9	0,339	0,387	0,430	0,480	0,513
10	0,323	0,369	0,409	0,457	0,486
11	0,308	0,352	0,391	0,437	0,468
12	0,296	0,338	0,375	0,419	0,449
13	0,285	0,325	0,361	0,404	0,432
14	0,275	0,314	0,349	0,390	0,418
15	0,266	0,304	0,338	0,377	0,404
16	0,258	0,295	0,327	0,366	0,392
17	0,250	0,286	0,318	0,355	0,381
18	0,244	0,279	0,309	0,346	0,371
19	0,237	0,271	0,301	0,337	0,361
20	0,232	0,265	0,294	0,329	0,352
21	0,226	0,259	0,287	0,321	0,344
22	0,221	0,253	0,281	0,314	0,337
23	0,216	0,247	0,275	0,307	0,330
24	0,212	0,242	0,269	0,301	0,323
25	0,208	0,238	0,264	0,295	0,317
26	0,204	0,233	0,259	0,290	0,311
27	0,200	0,229	0,254	0,284	0,305
28	0,197	0,225	0,250	0,279	0,300
29	0,193	0,221	0,246	0,275	0,295
30	0,190	0,218	0,242	0,270	0,290
35	0,177	0,202	0,224	0,251	0,269
40	0,165	0,189	0,210	0,235	0,252
45	0,156	0,179	0,198	0,222	0,238
50	0,148	0,170	0,188	0,211	0,226
55	0,142	0,162	0,180	0,201	0,216
60	0,136	0,155	0,172	0,193	0,207
65	0,131	0,149	0,166	0,185	0,199
70	0,126	0,144	0,160	0,179	0,192
75	0,122	0,139	0,154	0,173	0,185
80	0,118	0,135	0,150	0,167	0,179
85	0,114	0,131	0,145	0,162	0,174
90	0,111	0,127	0,141	0,158	0,169
95	0,108	0,124	0,137	0,154	0,165
100	0,106	0,121	0,134	0,150	0,161

Pendekatan

n	$1,07/\sqrt{n}$	$1,22/\sqrt{n}$	$1,35/\sqrt{n}$	$1,52/\sqrt{n}$	$1,63/\sqrt{n}$
200	0,076	0,086	0,096	0,107	0,115

Tabel Nilai Kritis Uji Kolmogorov-Smirnov

n	$\alpha = 0,20$	$\alpha = 0,15$	$\alpha = 0,10$	$\alpha = 0,05$	$\alpha = 0,025$	$\alpha = 0,02$	$\alpha = 0,01$
1	0,900	0,925	0,950	0,975		0,990	0,995
2	0,684	0,726	0,776	0,842		0,900	0,929
3	0,565	0,597	0,636	0,708		0,785	0,829
4	0,493	0,525	0,565	0,624		0,689	0,734
5	0,447	0,474	0,509	0,563		0,627	0,669
6	0,410	0,436	0,468	0,519		0,577	0,617
7	0,381	0,405	0,436	0,483		0,538	0,576
8	0,359	0,381	0,410	0,454		0,507	0,542
9	0,339	0,360	0,387	0,430		0,480	0,513
10	0,323	0,342	0,369	0,409		0,457	0,486
11	0,308	0,326	0,352	0,391		0,437	0,468
12	0,296	0,313	0,338	0,375		0,419	0,449
13	0,285	0,302	0,325	0,361		0,404	0,432
14	0,275	0,292	0,314	0,349		0,390	0,418
15	0,266	0,283	0,304	0,338		0,377	0,404
16	0,258	0,274	0,295	0,327		0,366	0,392
17	0,250	0,266	0,286	0,318		0,355	0,381
18	0,244	0,259	0,279	0,309		0,346	0,371
19	0,237	0,252	0,271	0,301		0,337	0,361
20	0,232	0,246	0,265	0,294		0,329	0,352
21	0,226		0,259	0,287		0,321	0,344
22	0,221		0,253	0,281		0,314	0,337
23	0,216		0,247	0,275		0,307	0,330
24	0,212		0,242	0,269		0,301	0,323
25	0,208	0,220	0,238	0,264		0,295	0,317
26	0,204		0,233	0,259		0,290	0,311
27	0,200		0,229	0,254		0,284	0,305
28	0,197		0,225	0,250		0,279	0,300
29	0,193		0,221	0,246		0,275	0,295
30	0,190	0,200	0,218	0,242		0,270	0,290
35	0,177	0,190	0,202	0,224		0,251	0,269
40	0,165	0,180	0,189	0,210		0,235	0,252
45	0,156	0,170	0,179	0,198		0,222	0,238
50	0,148	0,160	0,170	0,188		0,211	0,226
55	0,142		0,162	0,180		0,201	0,216
60	0,136		0,155	0,172		0,193	0,207
65	0,131		0,149	0,166		0,185	0,199
70	0,126		0,144	0,160		0,179	0,192
75	0,122		0,139	0,154		0,173	0,185
80	0,118		0,135	0,150		0,167	0,179
85	0,114		0,131	0,145		0,162	0,174
90	0,111		0,127	0,141		0,158	0,169
95	0,108		0,124	0,137		0,154	0,165
100	0,106		0,121	0,134		0,150	0,161

Pendekatan

n	$1,07/\sqrt{n}$	$1,14/\sqrt{n}$	$1,22/\sqrt{n}$	$1,35/\sqrt{n}$	$1,52/\sqrt{n}$	$1,63/\sqrt{n}$
200	0,076	0,081	0,086	0,096	0,107	0,115

# Tabel Hasil Uji Kolmogorov-Smirnov

UJI SMIRNOV-KOLMOGOROV DEBIT BULANAN S. BUTUH

Debit (m3/dt)	m	m/(N+1)	1. Normal		2. Log Normal		3. Gumbel		4. Log Pearson III	
			P(x>=X)	Delta P	P(x>=X)	Delta P	P(x>=X)	Delta P	P(x>=X)	Delta P
160,32	1	0,020	0,020	0,001	0,086	0,065	0,039	0,019	0,077	0,057
156,96	2	0,041	0,023	0,018	0,089	0,048	0,043	0,002	0,081	0,040
144,00	3	0,061	0,043	0,019	0,104	0,043	0,060	0,001	0,097	0,036
133,60	4	0,082	0,066	0,015	0,118	0,037	0,078	0,003	0,113	0,034
133,44	5	0,102	0,067	0,035	0,118	0,016	0,079	0,023	0,113	0,034
130,80	6	0,122	0,074	0,048	0,122	0,000	0,084	0,050	0,119	0,033
129,60	7	0,143	0,078	0,065	0,124	0,018	0,087	0,058	0,119	0,023
120,00	8	0,163	0,111	0,052	0,141	0,022	0,111	0,052	0,138	0,025
111,20	9	0,184	0,150	0,033	0,159	0,025	0,138	0,045	0,158	0,026
108,00	10	0,204	0,166	0,038	0,166	0,038	0,150	0,054	0,166	0,038
106,88	11	0,224	0,172	0,052	0,169	0,056	0,154	0,071	0,169	0,056
104,64	12	0,245	0,185	0,060	0,174	0,071	0,163	0,082	0,175	0,070
96,00	13	0,265	0,237	0,029	0,197	0,068	0,200	0,065	0,201	0,065
93,52	14	0,286	0,253	0,033	0,205	0,081	0,213	0,073	0,209	0,077
91,56	15	0,306	0,266	0,040	0,211	0,095	0,223	0,083	0,216	0,091
88,96	16	0,327	0,284	0,042	0,220	0,107	0,237	0,090	0,225	0,095
86,40	17	0,347	0,303	0,044	0,228	0,119	0,251	0,096	0,234	0,112
84,00	18	0,367	0,321	0,047	0,237	0,130	0,266	0,102	0,244	0,123
77,84	19	0,388	0,368	0,020	0,261	0,126	0,305	0,082	0,271	0,117
75,60	20	0,408	0,386	0,022	0,271	0,137	0,321	0,087	0,281	0,127
72,00	21	0,429	0,415	0,014	0,288	0,141	0,347	0,082	0,299	0,129
60,00	23	0,469	0,514	0,045	0,353	0,116	0,445	0,025	0,369	0,100
60,00	23	0,469	0,514	0,045	0,353	0,116	0,445	0,025	0,369	0,100
50,00	24	0,490	0,597	0,107	0,424	0,066	0,537	0,045	0,459	0,051
48,00	25	0,510	0,613	0,103	0,440	0,070	0,556	0,046	0,459	0,051
42,00	26	0,531	0,660	0,130	0,493	0,037	0,615	0,084	0,513	0,017
40,00	28	0,571	0,675	0,104	0,513	0,058	0,634	0,063	0,533	0,038
40,00	28	0,571	0,675	0,104	0,513	0,058	0,634	0,063	0,533	0,038
35,00	29	0,592	0,712	0,120	0,566	0,025	0,684	0,092	0,586	0,006
28,80	30	0,612	0,755	0,142	0,642	0,030	0,743	0,131	0,658	0,046
23,04	31	0,633	0,794	0,158	0,722	0,089	0,795	0,163	0,722	0,089
20,00	33	0,673	0,809	0,135	0,768	0,094	0,821	0,148	0,775	0,102
19,20	35	0,714	0,813	0,099	0,780	0,066	0,828	0,113	0,787	0,072
19,20	35	0,714	0,813	0,099	0,780	0,066	0,828	0,113	0,787	0,072
16,80	36	0,735	0,826	0,092	0,818	0,083	0,847	0,112	0,821	0,086
15,36	37	0,755	0,834	0,079	0,841	0,086	0,858	0,103	0,842	0,087
15,00	38	0,776	0,836	0,060	0,847	0,071	0,860	0,085	0,847	0,072
14,40	39	0,796	0,839	0,043	0,856	0,060	0,865	0,069	0,856	0,060
			0,844	0,028	0,871	0,055	0,872	0,055	0,870	0,055
			0,846	0,009	0,878	0,042	0,875	0,038	0,875	0,038
			0,849	0,009	0,886	0,029	0,878	0,021	0,883	0,026
			0,856	0,022	0,909	0,032	0,888	0,011	0,904	0,026
			0,861	0,037	0,924	0,026	0,895	0,003	0,918	0,020
			0,868	0,051	0,946	0,028	0,905	0,014	0,939	0,020
			0,870	0,069	0,951	0,012	0,907	0,032	0,944	0,005
			0,872	0,087	0,957	0,002	0,910	0,049	0,950	0,010
			0,874	0,106	0,963	0,016	0,913	0,067	0,955	0,024
			0,874	0,106	0,963	0,016	0,913	0,067	0,955	0,024
Hitungan kelayakan			Delta Max =	0,158	Delta Max =	0,141	Delta Max =	0,163	Delta Max =	0,129
Delta Kritis = 0,194			diterima		diterima		diterima		diterima	

Data Q

Frekuensi kumulatif

Probabilitas kumulatif

Probabilitas kumulatif Normal

Selisih probabilitas kumulatif

Dihitung dan dibandingkan nilai  $\Delta_{max}$  dan  $\Delta_{kritis}$

Probabilitas kumulatif Log-Normal

Selisih probabilitas kumulatif

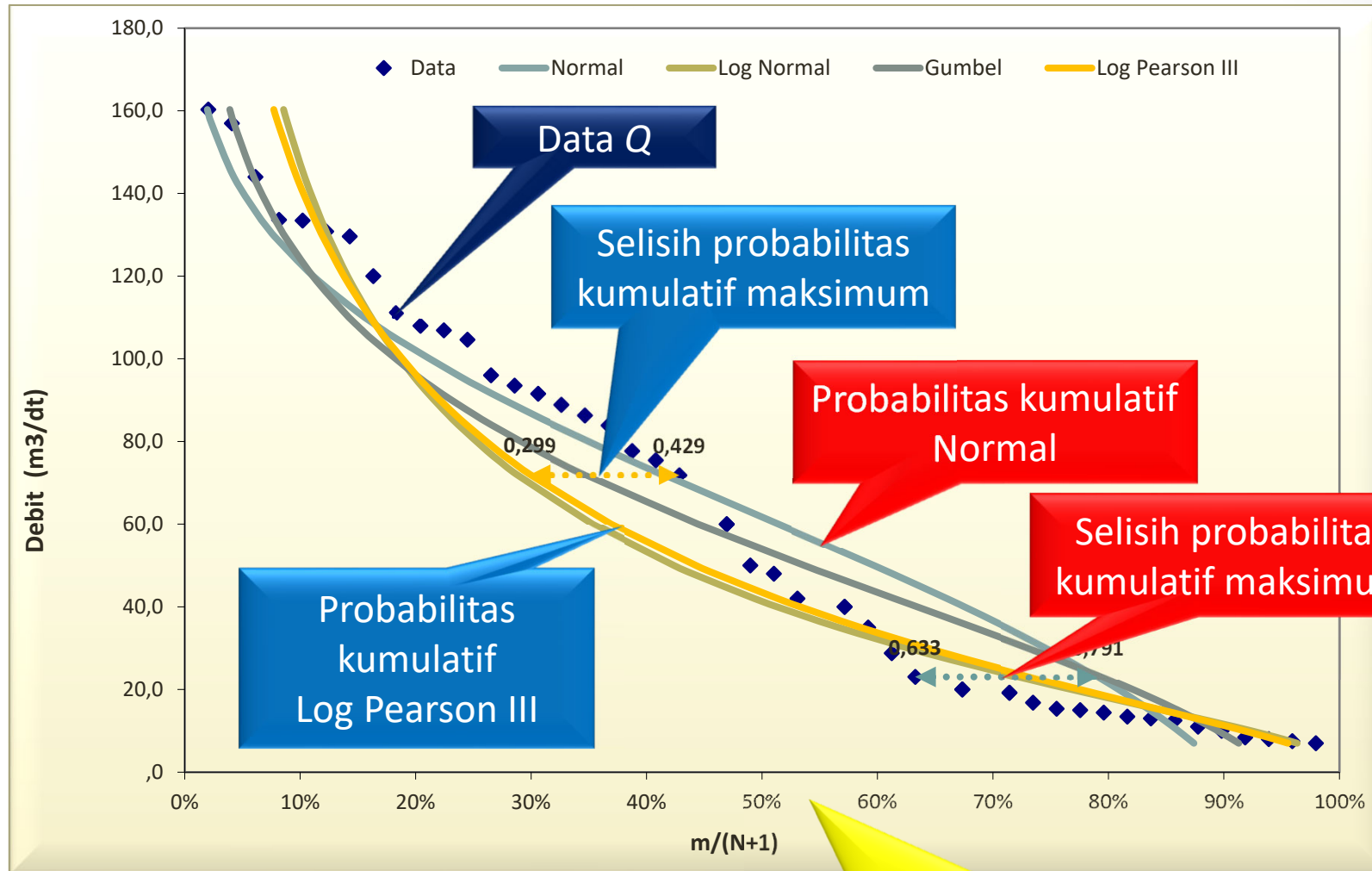
Probabilitas kumulatif Gumbel

Selisih probabilitas kumulatif

Probabilitas kumulatif Log Pearson III

Selisih probabilitas kumulatif

# Kurva Hasil Uji Kolmogorov-Smirnov



Kurva di atas diperoleh dari hitungan pada tabel sebelumnya

# Uji Chi-Kuadrat

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^l \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

dengan  $\chi^2$ : nilai uji Chi-Kuadrat,  $l$ : jumlah kelas dalam uji Chi-Kuadrat,  $O_i$ : jumlah data yang terdapat dalam kelas  $i$ ,  $E_i$ : jumlah anggota yang seharusnya terdapat dalam kelas  $i$ .

Jumlah kelas  $l$ , mempengaruhi ketelitian uji ini. Mann dan Wald (1942), William (1950) menyatakan untuk derajat signifikansi (kisaran keyakinan)  $\alpha = 5\%$ , dan jumlah kelas  $l = 39, 35, 30, 23, 15, 12$ , dan  $9$  untuk jumlah sampel  $n = 2000, 1500, 1000, 500, 200, 100$ , dan  $50$ . Untuk nilai  $\alpha$  dan  $n$  yang lain digunakan rumus:

$$l = 2 \left\{ 2 \left( \frac{n-1}{z_\alpha} \right)^2 \right\}^{0,2}$$



# Prosedur Uji Chi-Kuadrat 1/2

1. Tentukan jumlah kelas/kelompok/grup yang akan digunakan,  $K$ .
2. Tentukan jumlah anggota kelas yang diharapkan ( $E_i$ ) yaitu jumlah data dibagi  $K$  (dari Butir 1).
3. Hitung probabilitas setiap kelas, dengan interval  $1/K$ .
4. Dengan menggunakan kisaran probabilitas setiap kelas, hitung nilai  $X_{\text{batas}}$  (data yang diteliti) dengan menggunakan distribusi kumulatif teoretis.
5. Dengan menggunakan hasil Butir 4 ( $X_{\text{batas}}$ ), untuk setiap kelas hitung jumlah datum  $X$  yang berada pada kisaran  $X_{\text{batas}}$  → jumlah data ini disebut  $O_i$ .

# Prosedur Uji Chi-Kuadrat 2/2

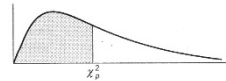
6. Hitung nilai  $\chi^2$ : nilai uji Chi-Kuadrat dengan menggunakan formula yang disajikan pada tayangan sebelumnya.
7. Hitung nilai kritis Chi-Kuadrat,  $\chi_{\text{kritik}}^2$  berdasarkan tabel pada tayangan berikutnya:
  - a) Tentukan Derajat Kepercayaan (*Confidence Interval*) yang akan digunakan dalam uji Chi-Kuadrat ini.
  - b) Hitung Derajat Kebebasan (*Degree of Freedom*),  $DK = K - 1 - P$ , dengan  $K$ : jumlah kelas, dan  $P$ : jumlah parameter bebas pada distribusi teoretis yang sedang diuji.
8. Bandingkan nilai  $\chi^2$  pada Butir 6 dengan  $\chi_{\text{kritik}}^2$  pada Butir 7:
  - a) Jika  $\chi^2 \leq \chi_{\text{kritik}}^2$ , maka distribusi teoretis yang diuji diterima.
  - b) Jika  $\chi^2 > \chi_{\text{kritik}}^2$ , maka distribusi teoretis yang diuji ditolak.

# Tabel Chi-Kuadrat

Lampiran IV

Statistik, Murray R. Spiegel & Larry J. Stephens, Schaum's Outline, Edisi Ketiga.

Nilai Persentil ( $\chi_p^2$ )  
untuk  
Distribusi Chi-Kuadrat  
dengan  $D$  Derajat Kebebasan  
(daerah yang diarsir =  $p$ )



D	$\chi_{0.995}^2$	$\chi_{0.99}^2$	$\chi_{0.975}^2$	$\chi_{0.95}^2$	$\chi_{0.90}^2$	$\chi_{0.75}^2$	$\chi_{0.50}^2$	$\chi_{0.25}^2$	$\chi_{0.10}^2$	$\chi_{0.05}^2$	$\chi_{0.025}^2$	$\chi_{0.01}^2$	$\chi_{0.005}^2$
1	7,88	6,63	5,02	3,84	2,71	1,32	0,455	0,102	0,0158	0,0039	0,0010	0,0002	0,0000
2	10,6	9,21	7,38	5,99	4,61	2,77	1,39	0,575	0,211	0,103	0,0506	0,0201	0,0100
3	12,8	11,3	9,35	7,81	6,25	4,11	2,37	1,21	0,584	0,352	0,216	0,115	0,072
4	14,9	13,3	11,1	9,49	7,78	5,39	3,36	1,92	1,06	0,711	0,484	0,297	0,207
5	16,7	15,1	12,8	11,1	9,24	6,63	4,35	2,67	1,61	1,15	0,831	0,554	0,412
6	18,5	16,8	14,4	12,6	10,6	7,84	5,35	3,45	2,20	1,64	1,24	0,872	0,676
7	20,3	18,5	16,0	14,1	12,0	9,04	6,35	4,25	2,83	2,17	1,69	1,24	0,989
8	22,0	20,1	17,5	15,5	13,4	10,2	7,34	5,07	3,49	2,73	2,18	1,65	1,34
9	23,6	21,7	19,0	16,9	14,7	11,4	8,34	5,90	4,17	3,33	2,70	2,09	1,73
10	25,2	23,2	20,5	18,3	16,0	12,5	9,34	6,74	4,87	3,94	3,25	2,56	2,16
11	26,8	24,7	21,9	19,7	17,3	13,7	10,3	7,58	5,58	4,57	3,82	3,05	2,60
12	28,3	26,2	23,3	21,0	18,5	14,8	11,3	8,44	6,30	5,23	4,40	3,57	3,07
13	29,8	27,7	24,7	22,4	19,8	16,0	12,3	9,30	7,04	5,89	5,01	4,11	3,57
14	31,3	29,1	26,1	23,7	21,1	17,1	13,3	10,2	7,79	6,57	5,63	4,66	4,07
15	32,8	30,6	27,5	25,0	22,3	18,2	14,3	11,0	8,55	7,26	6,26	5,23	4,60
16	34,3	32,0	28,8	26,3	23,5	19,4	15,3	11,9	9,31	7,96	6,91	5,81	5,14
17	35,7	33,4	30,2	27,6	24,8	20,5	16,3	12,8	10,1	8,67	7,56	6,41	5,70
18	37,2	34,8	31,5	28,9	26,0	21,6	17,3	13,7	10,9	9,39	8,23	7,01	6,26
19	38,6	36,2	32,9	30,1	27,2	22,7	18,3	14,6	11,7	10,1	8,91	7,63	6,84
20	40,0	37,6	34,2	31,4	28,4	23,8	19,3	15,5	12,4	10,9	9,59	8,26	7,43
21	41,4	38,9	35,5	32,7	29,6	24,9	20,3	16,3	13,2	11,6	10,3	8,90	8,03
22	42,8	40,3	36,8	33,9	30,8	26,0	21,3	17,2	14,0	12,3	11,0	9,54	8,64
23	44,2	41,6	38,1	35,2	32,0	27,1	22,3	18,1	14,8	13,1	11,7	10,2	9,26
24	45,6	43,0	39,4	36,4	33,2	28,2	23,3	19,0	15,7	13,8	12,4	10,9	9,89
25	46,9	44,3	40,6	37,7	34,4	29,3	24,3	19,9	16,5	14,6	13,1	11,5	10,5
26	48,3	45,6	41,9	38,9	35,6	30,4	25,3	20,8	17,3	15,4	13,8	12,2	11,2
27	49,6	47,0	43,2	40,1	36,7	31,5	26,3	21,7	18,1	16,2	14,6	12,9	11,8
28	51,0	48,3	44,5	41,3	37,9	32,6	27,3	22,7	18,9	16,9	15,3	13,6	12,5
29	52,3	49,6	45,7	42,6	39,1	33,7	28,3	23,6	19,8	17,7	16,0	14,3	13,1
30	53,7	50,9	47,0	43,8	40,3	34,8	29,3	24,5	20,6	18,5	16,8	15,0	13,8
40	66,8	63,7	59,3	55,8	51,8	46,6	39,3	33,7	29,1	26,5	24,4	22,2	20,7
50	79,5	76,2	71,4	67,5	63,2	56,3	49,3	42,9	37,7	34,8	32,4	29,7	28,0
60	92,0	88,4	83,3	79,1	74,4	67,0	59,3	52,3	46,5	43,2	40,5	37,5	35,5
70	104,2	100,4	95,0	90,5	85,5	77,6	69,3	61,7	55,3	51,7	48,8	45,4	43,3
80	116,3	112,3	106,6	101,9	96,6	88,1	79,3	71,1	64,3	60,4	57,2	53,5	51,2
90	128,3	124,1	118,1	113,1	107,6	98,6	89,3	80,6	73,3	69,1	65,6	61,8	59,2
100	140,2	135,8	129,6	124,3	118,5	109,1	99,3	90,1	82,4	77,9	74,2	70,1	67,3

Sumber: Catherine M. Thompson, Table of percentage points of the  $\chi^2$  distribution, Biometrika, Vol. 32 (1941), dengan izin dari penulis dan penerbit.

Dalam buku acuan Statistika, perhatikan tabel nilai Chi-Kuadrat ada yang disajikan sebagai  $P(x < X)$ , sisi kiri, seperti tampak dalam gambar; tetapi ada yang disajikan sebagai  $P(x > X)$ , sisi kanan.

Perhatian: selalu dicek pada saat menggunakan tabel nilai Chi-Kuadrat

# Microsoft Excel: Tabel Chi-Kuadrat

## Nilai Kritis Distribusi Chi-Kuadrat Sisi Kiri

Microsoft Excel: CHISQ.INV(Probabilitas; DK)

DK	0,10%	1,00%	2,50%	5,00%	10,00%	90,00%	95,00%	97,50%	99,00%	99,90%
1	0,000	0,000	0,001	0,004	0,016	2,706	3,841	5,024	6,635	10,828
2	0,002	0,020	0,051	0,103	0,211	4,605	5,991	7,378	9,210	13,816
3	0,024	0,115	0,216	0,352	0,584	6,251	7,815	9,348	11,345	16,266
4	0,084	0,297	0,484	0,711	1,064	7,779	9,488	11,143	13,277	18,467
5	0,190	0,554	0,831	1,145	1,610	9,236	11,070	12,833	15,086	20,515
6	0,294	0,872	1,237	1,635	2,204	10,645	12,592	14,449	16,812	22,458
7	0,377	1,239	1,690	2,167	2,833	12,017	14,067	16,013	18,475	24,322
8	0,445	1,646	2,180	2,733	3,490	13,362	15,507	17,535	20,090	26,124
9	0,501	2,088	2,700	3,325	4,168	14,684	16,919	19,023	21,666	27,877
10	0,549	2,558	3,247	3,940	4,865	15,987	18,307	20,483	23,209	29,588
11	0,591	3,053	3,816	4,575	5,578	17,275	19,675	21,920	24,725	31,264
12	0,629	3,571	4,404	5,226	6,304	18,549	21,026	23,337	26,217	32,909
13	0,663	4,107	5,009	5,892	7,042	19,812	22,362	24,736	27,688	34,528
14	0,694	4,660	5,629	6,571	7,790	21,064	23,685	26,119	29,141	36,123
15	0,722	5,229	6,262	7,261	8,547	22,307	24,996	27,488	30,578	37,697
16	0,748	5,812	6,908	7,962	9,312	23,542	26,296	28,845	32,000	39,252
17	0,771	6,408	7,564	8,672	10,085	24,769	27,587	30,191	33,409	40,790
18	0,793	7,015	8,231	9,390	10,865	25,989	28,869	31,526	34,805	42,312
19	0,813	7,633	8,907	10,117	11,651	27,204	30,144	32,852	36,191	43,820
20	0,832	8,260	9,591	10,851	12,443	28,412	31,410	34,170	37,566	45,315
21	0,849	8,897	10,283	11,591	13,240	29,615	32,671	35,479	38,932	46,797
22	0,864	9,542	10,982	12,338	14,041	30,813	33,924	36,781	40,289	48,268
23	0,878	10,196	11,689	13,091	14,848	32,007	35,172	38,076	41,638	49,728

Tabel Chi-Kuadrat  
Sisi Kiri:  $P(x < X)$

# Microsoft Excel: Tabel Chi-Kuadrat

Nilai Kritis Distribusi Chi-Kuadrat Sisi Kanan										
Microsoft Excel: CHISQ.INV.RT(Probabilitas; DK)										
DK	99,90%	99,00%	97,50%	95,00%	90,00%	10,00%	5,00%	2,50%	1,00%	0,10%
1	0,000	0,000	0,001	0,004	0,016	2,706	3,841	5,024	6,635	10,828
2	0,002	0,020	0,051	0,103	0,211	4,605	5,991	7,378	9,000	13,816
3	0,024	0,115	0,216	0,352	0,584	6,251	7,815	9,348	11,345	16,266
4	0,091	0,297	0,484	0,711	1,064	7,779	9,488	11,142	13,277	18,465
5	0,210	0,554	0,831	1,145	1,610	9,236	11,070	12,833	14,860	20,515
6	0,381	0,872	1,237	1,635	2,204	10,645	12,592	14,449	16,750	22,458
7	0,598	1,239	1,690	2,167	2,833	12,017	14,067	15,901	18,475	24,322
8	0,857	1,646	2,180	2,733	3,490	13,362	15,507	17,535	20,090	26,124
9	1,152	2,088	2,700	3,325	4,168	14,684	16,919	19,023	21,666	27,877
10	1,479	2,558	3,247	3,940	4,865	15,987	18,307	20,483	23,209	29,588
11	1,834	3,053	3,816	4,575	5,578	17,275	19,675	21,920	24,725	31,264
12	2,214	3,571	4,404	5,226	6,304	18,549	21,026	23,337	26,217	32,909
13	2,617	4,107	5,009	5,892	7,042	19,812	22,362	24,736	27,688	34,528
14	3,041	4,660	5,629	6,571	7,790	21,064	23,685	26,119	29,141	36,123
15	3,483	5,229	6,262	7,261	8,547	22,307	24,996	27,488	30,578	37,697
16	3,942	5,812	6,908	7,962	9,312	23,542	26,296	28,845	32,000	39,252
17	4,416	6,408	7,564	8,672	10,085	24,769	27,587	30,191	33,409	40,790
18	4,905	7,015	8,231	9,390	10,865	25,989	28,869	31,526	34,805	42,312
19	5,407	7,633	8,907	10,117	11,651	27,204	30,144	32,852	36,191	43,820
20	5,921	8,260	9,591	10,851	12,443	28,412	31,410	34,170	37,566	45,315
21	6,447	8,897	10,283	11,591	13,240	29,615	32,671	35,479	38,932	46,797
22	6,983	9,542	10,982	12,338	14,041	30,813	33,924	36,781	40,289	48,268
23	7,529	10,196	11,689	13,091	14,848	32,007	35,172	38,076	41,638	49,728

Tabel Chi-Kuadrat  
Sisi Kanan:  $P(x > X)$

# Tabel Hasil Uji Chi-Kuadrat

Data Kelompok

Jumlah seharusnya anggota setiap kelompok

1. DISTRIBUSI NORMAL							
Kelas	P(x>=X)		E <sub>f</sub>	Debit (m3/dt)	O <sub>f</sub>	E <sub>f</sub> -O <sub>f</sub>	(E <sub>f</sub> -O <sub>f</sub> ) <sup>2</sup> /E <sub>f</sub>
1	0,125	0,00 <P<= 0,13	6,000	116,689	8	-2,000	0,667
2	0,250	0,13 <P<= 0,25	6,000	93,954	5	1,000	0,167
3	0,375	0,25 <P<= 0,38	6,000	76,952	6	0,000	0,000
4	0,500	0,38 <P<= 0,50	6,000	61,728	2	4,000	2,667
5	0,625	0,50 <P<= 0,63	6,000	46,505	4	2,000	0,667
6	0,750	0,63 <P<= 0,75	6,000	29,503	4	2,000	0,667
7	0,875	0,75 <P<= 0,88	6,000	6,768	19	-13,000	28,167
8	1,000	0,88 <P<= 1,00	6,000	7,000	0	6,000	6,000
Jumlah E <sub>f</sub> =			48,000	Jumlah O <sub>f</sub> =	48	Chi <sup>2</sup> =	39,000
Derajad Kebebasan =			5,000	Chi Kritis =	11,070	11,070	ditolak

2. DISTRIBUSI LOG NORMAL							
Kelas	P(x>=X)		E <sub>f</sub>	Debit (m3/dt)	O <sub>f</sub>	E <sub>f</sub> -O <sub>f</sub>	(E <sub>f</sub> -O <sub>f</sub> ) <sup>2</sup> /E <sub>f</sub>
1	0,125	0,00 <P<= 0,13	6,000	129,200	7	-1,000	0,167
2	0,250	0,13 <P<= 0,25	6,000	103,954	11	-5,000	4,167
3	0,375	0,25 <P<= 0,38	6,000	86,952	5	1,000	0,167
4	0,500	0,38 <P<= 0,50	6,000	71,728	3	3,000	1,500
5	0,625	0,50 <P<= 0,63	6,000	56,505	3	3,000	1,500
6	0,750	0,63 <P<= 0,75	6,000	41,503	2	4,000	2,667
7	0,875	0,75 <P<= 0,88	6,000	26,768	9	-3,000	1,500
8	1,000	0,88 <P<= 1,00	6,000	7,000	8	-2,000	0,667
Jumlah E <sub>f</sub> =			48,000	Jumlah O <sub>f</sub> =	48	Chi <sup>2</sup> =	12,333
Derajad Kebebasan =			5,000	Chi Kritis =	11,070	11,070	ditolak

Dihitung dan dibandingkan nilai  $\chi^2$  dan  $\chi^2$  kritis

Pembatas Kelompok

Jumlah nyata anggota setiap kelompok

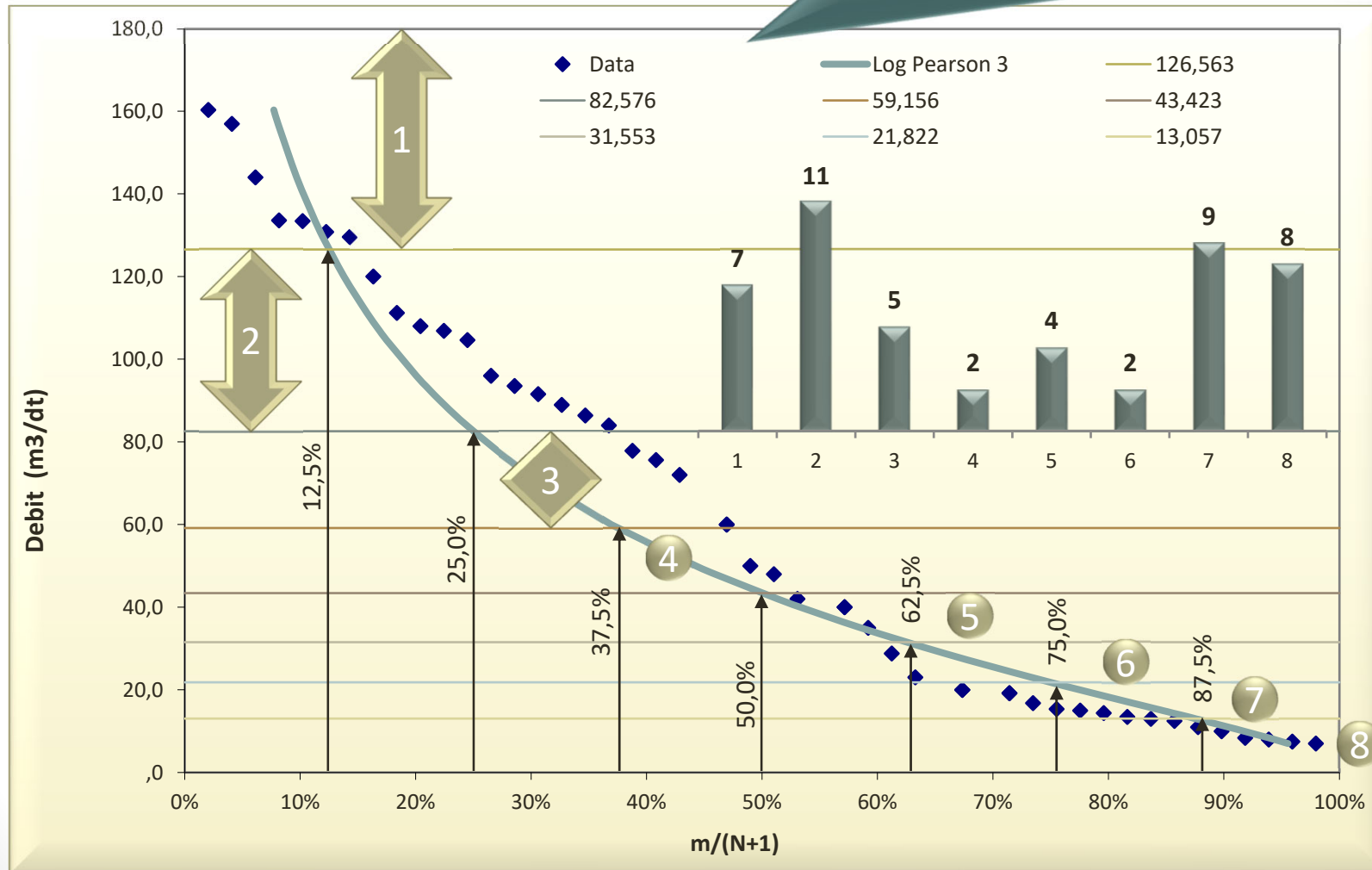
Selisih anggota

3. DISTRIBUSI GUMBEL							
Kelas	P(x>=X)		E <sub>f</sub>	Debit (m3/dt)	O <sub>f</sub>	E <sub>f</sub> -O <sub>f</sub>	(E <sub>f</sub> -O <sub>f</sub> ) <sup>2</sup> /E <sub>f</sub>
1	0,125	0,00 <P<= 0,13	6,000	115,230	8	-2,000	0,667
2	0,250	0,13 <P<= 0,25	6,000	86,639	8	-2,000	0,667
3	0,375	0,25 <P<= 0,38	6,000	68,352	5	1,000	0,167
4	0,500	0,38 <P<= 0,50	6,000	53,880	2	4,000	2,667
5	0,625	0,50 <P<= 0,63	6,000	40,948	3	3,000	1,500
6	0,750	0,63 <P<= 0,75	6,000	28,059	4	2,000	0,667
7	0,875	0,75 <P<= 0,88	6,000	12,954	11	-5,000	4,167
8	1,000	0,88 <P<= 1,00	6,000	7,000	7	-1,000	0,167
Jumlah E <sub>f</sub> =			48,000	Jumlah O <sub>f</sub> =	48	Chi <sup>2</sup> =	10,667
Derajad Kebebasan =			5,000	Chi Kritis =	11,070	11,070	diterima

4. DISTRIBUSI LOG PEARSON III							
Kelas	P(x>=X)		E <sub>f</sub>	Debit (m3/dt)	O <sub>f</sub>	E <sub>f</sub> -O <sub>f</sub>	(E <sub>f</sub> -O <sub>f</sub> ) <sup>2</sup> /E <sub>f</sub>
1	0,125	0,00 <P<= 0,13	6,000	126,563	7	-1,000	0,167
2	0,250	0,13 <P<= 0,25	6,000	82,576	11	-5,000	4,167
3	0,375	0,25 <P<= 0,38	6,000	59,156	5	1,000	0,167
4	0,500	0,38 <P<= 0,50	6,000	43,423	2	4,000	2,667
5	0,625	0,50 <P<= 0,63	6,000	31,553	4	2,000	0,667
6	0,750	0,63 <P<= 0,75	6,000	21,822	2	4,000	2,667
7	0,875	0,75 <P<= 0,88	6,000	13,057	9	-3,000	1,500
8	1,000	0,88 <P<= 1,00	6,000	7,000	8	-2,000	0,667
Jumlah E <sub>f</sub> =			48,000	Jumlah O <sub>f</sub> =	48	Chi <sup>2</sup> =	12,667
Derajad Kebebasan =			4,000	Chi Kritis =	9,488	9,488	ditolak

# Kurva Hasil Uji Chi-Kuadrat

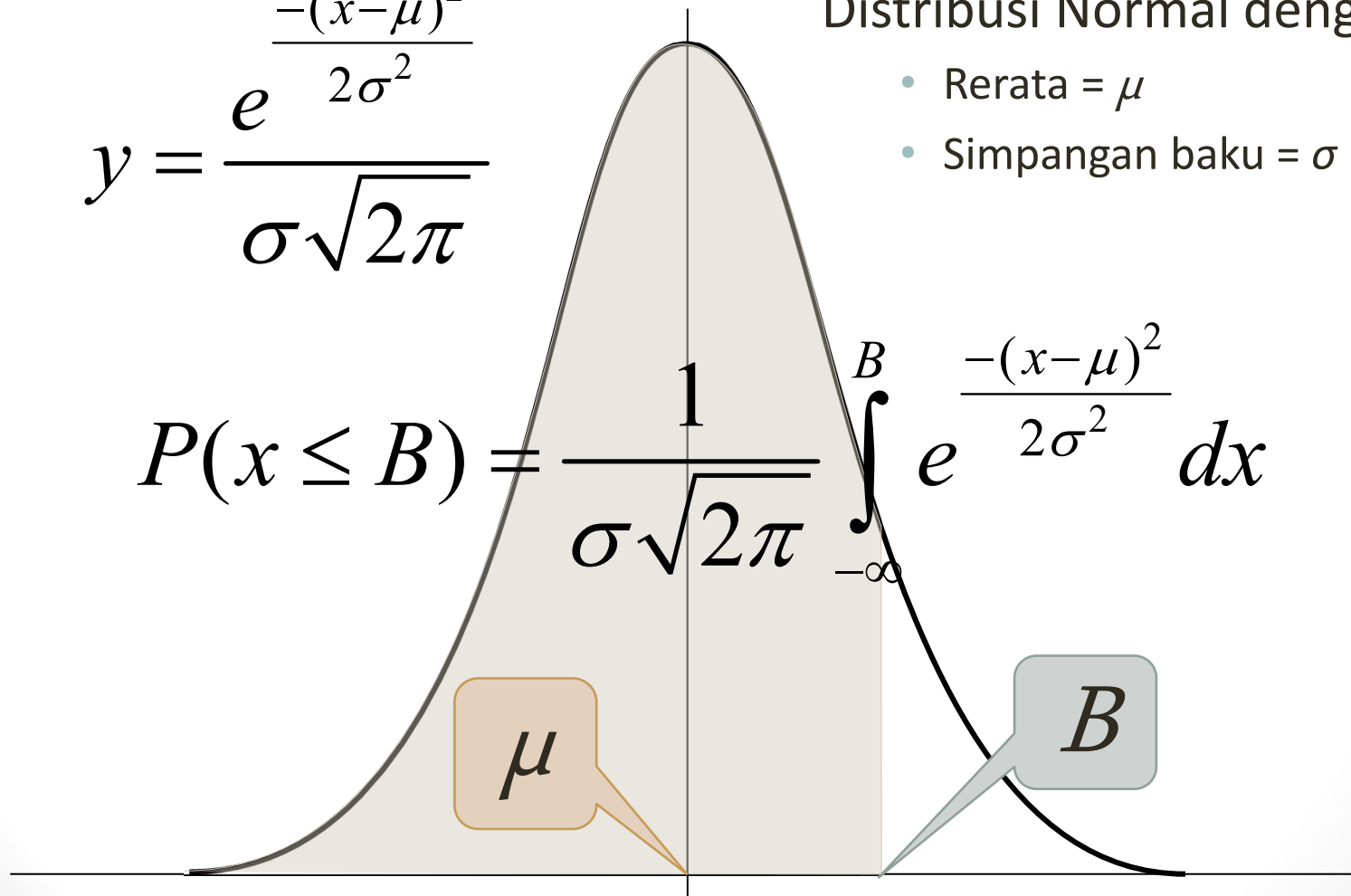
Log Pearson III: Anggota setiap kelompok dihitung untuk uji Chi-Kuadrat



# 1a. Distribusi Normal $N(\mu, \sigma)$

$$y = \frac{e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}}{\sigma\sqrt{2\pi}}$$

$$P(x \leq B) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^B e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx$$





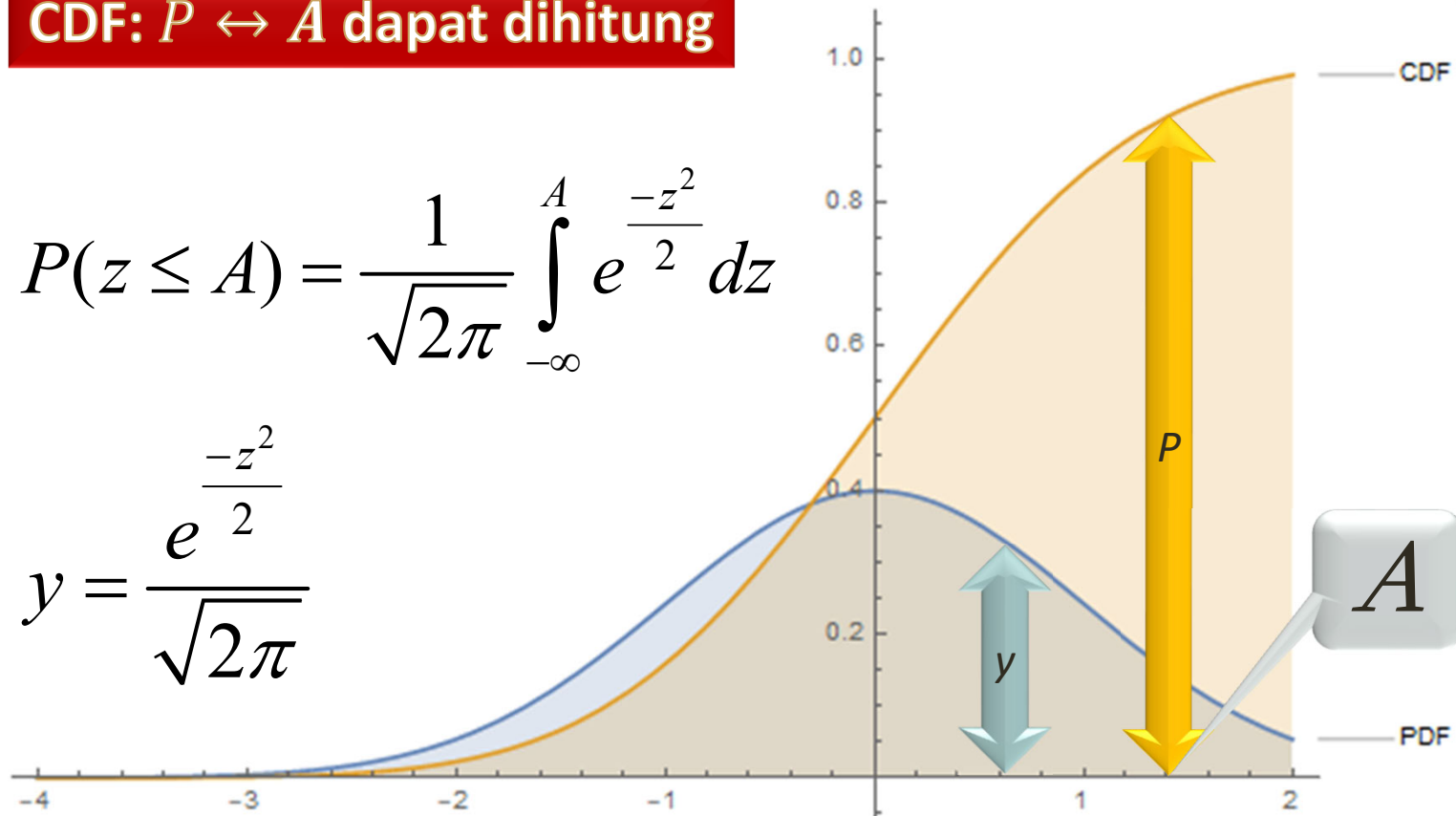
# 1b. PDF dan CDF

## Distribusi Normal $N(\mu=0, \sigma=1)$

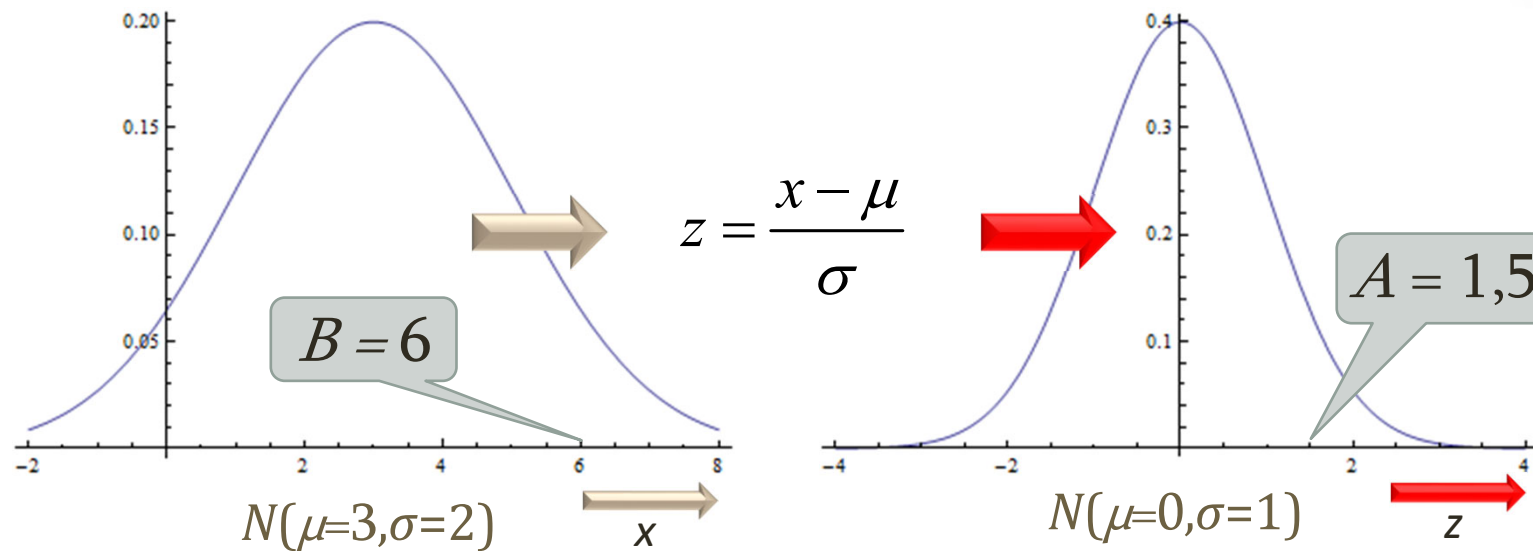
**CDF:  $P \leftrightarrow A$  dapat dihitung**

$$P(z \leq A) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^A e^{-\frac{z^2}{2}} dz$$

$$y = \frac{e^{-\frac{z^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}}$$



# 1c. Mapping $N(\mu, \sigma)$ menjadi $N(\mu=0, \sigma=1)$



- Kurva  $N(\mu=3, \sigma=2)$  dengan transformasi di atas dapat diubah menjadi  $N(\mu=0, \sigma=1)$
- Titik  $B$  pada kurva  $N(\mu=3, \sigma=2)$  lokasinya di-*mapping* ke dalam kurva  $N(\mu=0, \sigma=1)$  yaitu di titik  $A$ .

## 2a. Distribusi Log-Normal

Jika  $z$  adalah variabel terdistribusi Normal, kemudian  $\mu$  dan  $\sigma$  adalah bilangan nyata, maka  $x = e^{\mu+z\sigma}$  akan terdistribusi Log-Normal.

$\mu$  dan  $\sigma$  adalah rerata dan simpangan baku dari  $\ln(x)$ , bukan variable  $x$  itu sendiri.

Bilangan basis untuk logaritma dapat bebas asalkan positif tidak sama dengan 1.

Jadi  $x = a^{\mu+z\sigma}$  akan terdistribusi Log-Normal pula, dengan syarat bilangan  $a$  harus positif tidak sama dengan 1.

## 2b. Distribusi Log-Normal

Jika  $\ln(x)$  terdistribusi Normal  $N(\mu, \sigma)$ , maka PDF (Probability Density Function):

$$y = \frac{e^{-\frac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}}}{x\sigma\sqrt{2\pi}}$$

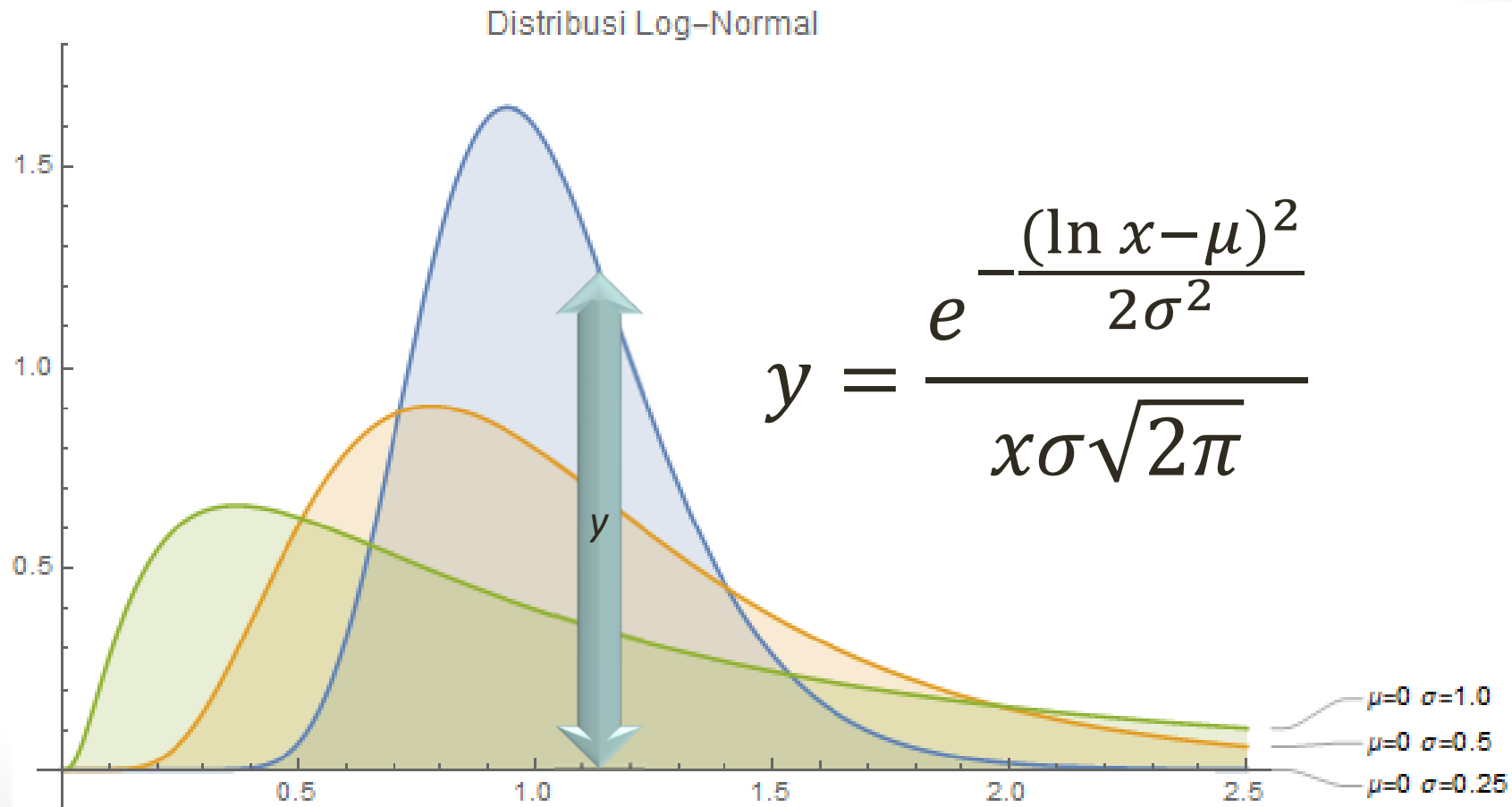
dan CDF (Cumulative Distribution Function)

$$P(x \leq X) = \Phi\left(\frac{\ln x - \mu}{\sigma}\right)$$

$$P(x \leq X) = \frac{1}{2} \left[ 1 + \operatorname{erf}\left(\frac{\ln x - \mu}{\sigma\sqrt{2}}\right) \right]$$

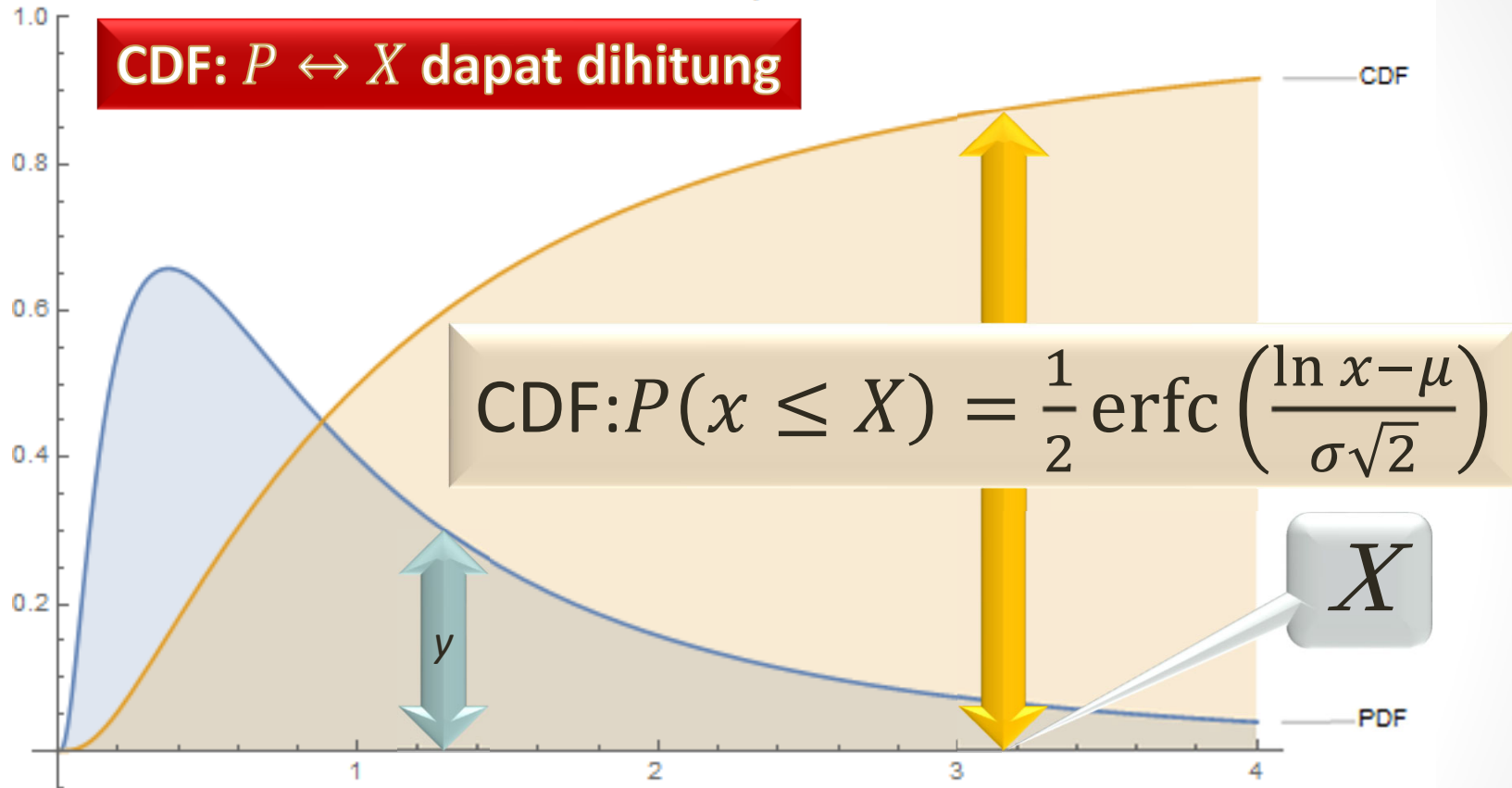
$$P(x \leq X) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{\ln x - \mu}{\sigma\sqrt{2}}\right)$$

# 2c. PDF Log-Normal



# 2d. Kurva Distribusi Log-Normal

Distribusi Log-Normal  $\mu=0 \sigma=1$



## 2e. Parameter Distribusi Log-Normal

$$\text{Rerata: } \mu_x = e^{\mu + \frac{\sigma^2}{2}}$$

$$\text{Varian: } \sigma_x^2 = e^{2\mu + \sigma^2}$$

$$\text{Median: } m_x = e^{\mu}$$

$$\text{Skewness: } s_x = \sqrt{e^{\sigma^2} - 1}(e^{\sigma^2} + 2)$$

$$\text{Kurtosis: } k_x = -3 + 3e^{2\sigma^2} + 2e^{3\sigma^2} + e^{4\sigma^2}$$

# 3a. Distribusi Gumbel

- PDF Gumbel dengan 2 parameter  $\alpha$  dan  $\beta$ :

$$y = \frac{1}{\beta} e^{-\frac{x-\alpha}{\beta}} e^{-\frac{x-\alpha}{\beta}}$$

- CDF Gumbel dengan 2 parameter  $\alpha$  dan  $\beta$ :

$$P(x \leq X) = 1 - e^{-e^{-\frac{x-\alpha}{\beta}}} = 1 - e^{-e^{\frac{\pi}{\sqrt{6}}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) - \gamma}}$$

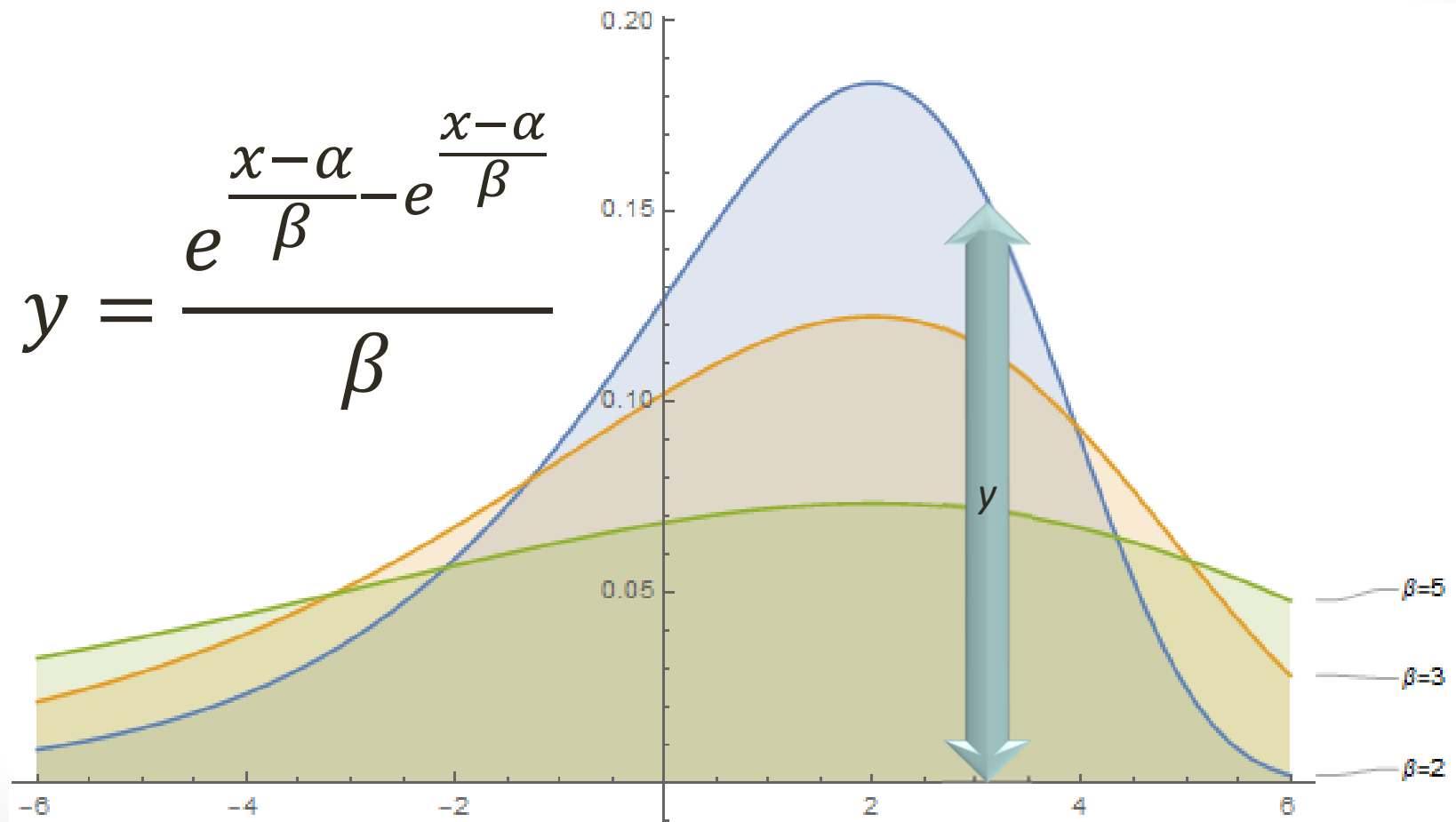
$$P(x > X) = e^{-e^{\frac{\pi}{\sqrt{6}}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) - \gamma}}$$

- Nilai  $\gamma = 0,5772156649$ , acuan: Wolfram Mathematica  
GumbelDistribution[ $\alpha, \beta$ ]



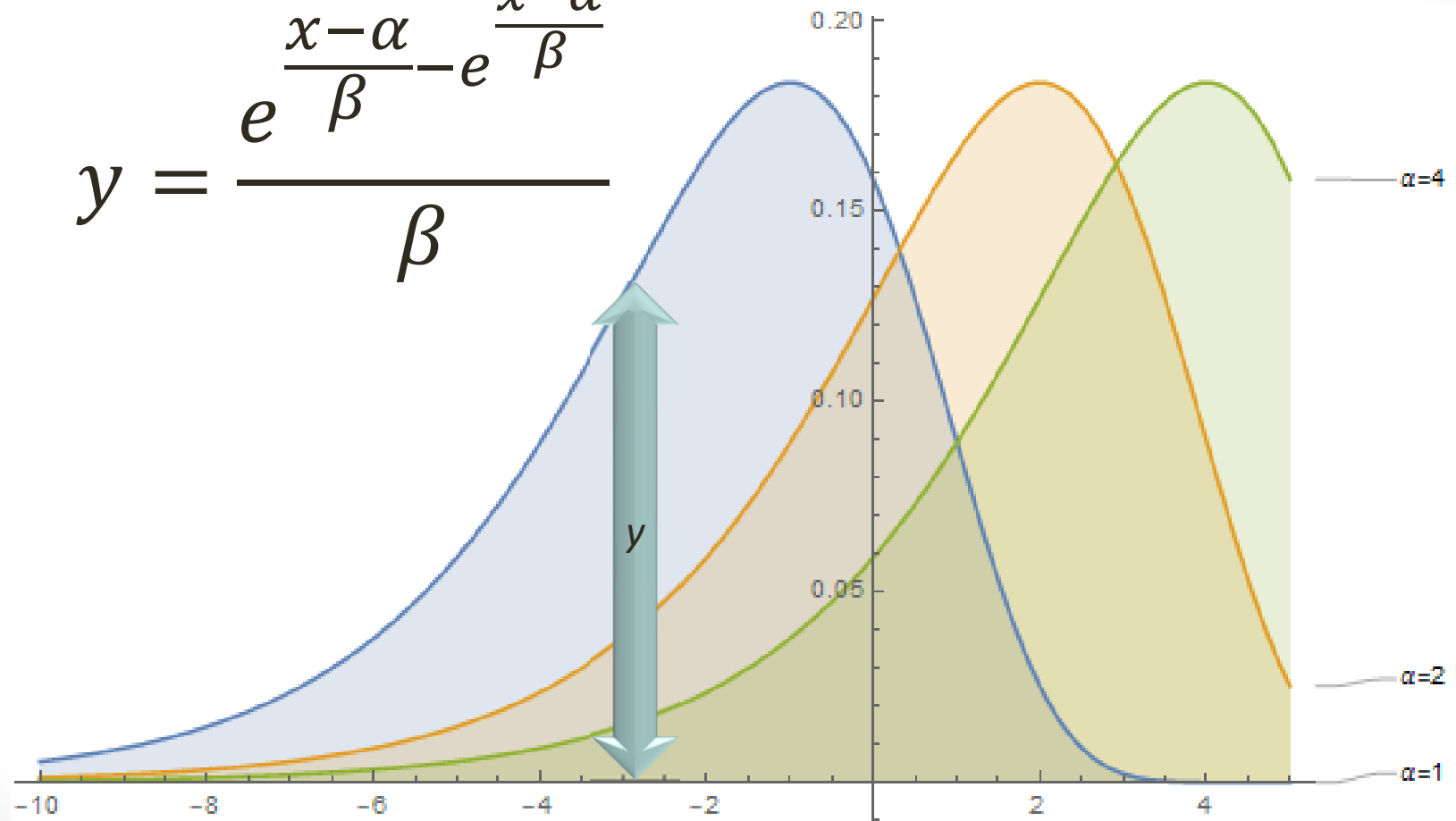
### 3b. PDF Gumbel untuk $\alpha = 2$ dan $\beta$

$$y = \frac{e^{-\frac{x-\alpha}{\beta}} - e^{-\frac{x-\alpha}{\beta}}}{\beta}$$



### 3c. PDF Gumbel untuk $\alpha$ dan $\beta = 2$

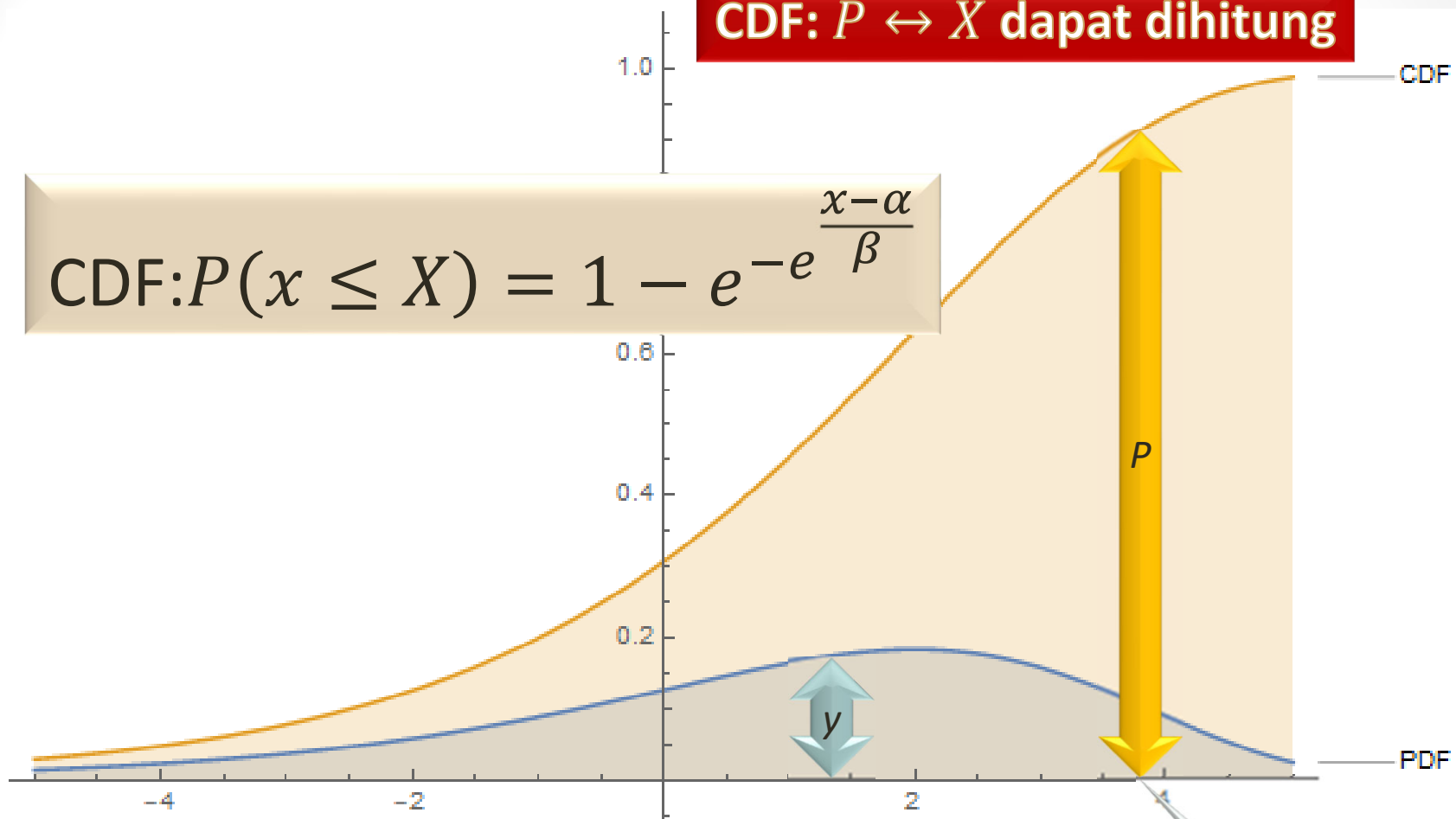
$$y = \frac{e^{-\frac{x-\alpha}{\beta}} - e^{-\frac{x-\alpha}{\beta}}}{\beta}$$



# 3d. Kurva Distribusi Gumbel

CDF:  $P \leftrightarrow X$  dapat dihitung

$$\text{CDF: } P(x \leq X) = 1 - e^{-e^{\frac{x-\alpha}{\beta}}}$$



$$\text{PDF: } y = \frac{1}{\beta} e^{\frac{x-\alpha}{\beta}} - e^{\frac{x-\alpha}{\beta}}$$

## 3e. Parameter Distribusi Gumbel

Rerata:  $\mu_x = \alpha - \gamma\beta$ , konstanta Euler  $\gamma = 0,5772156649$

Varian:  $\sigma_x^2 = \frac{\pi^2\beta^2}{6}$  atau Simpangan Baku:  $\sigma_x = \frac{\pi\beta}{\sqrt{6}}$

Median:  $m_x = \alpha + \beta \ln(\ln(2))$

Skewness:  $s_x = -\frac{12\sqrt{6}}{\pi^3} \zeta(3) = -1,13955$

Kurtosis:  $k_x = \frac{27}{5} = 5,4$

Bentuk normal:  $\frac{x-\mu_x}{\sigma_x} = \frac{\sqrt{6}}{\pi} \left( \frac{x-\alpha+\gamma\beta}{\beta} \right) = \frac{\sqrt{6}}{\pi} \left( \frac{x-\alpha}{\beta} + \gamma \right)$

# 4a. Distribusi Log-Pearson III

- Keluarga distribusi Pearson dikenalkan oleh [Karl Pearson](#) in 1895, sejarahnya dapat diikuti dalam artikel ini: [Distribusi Pearson](#).
- Berdasarkan Wolfram Mathematica, PDF Pearson 3 dengan 5 parameter, `PearsonDistribution[3, a1, a0, b2, b1, b0]` adalah sebagai berikut:

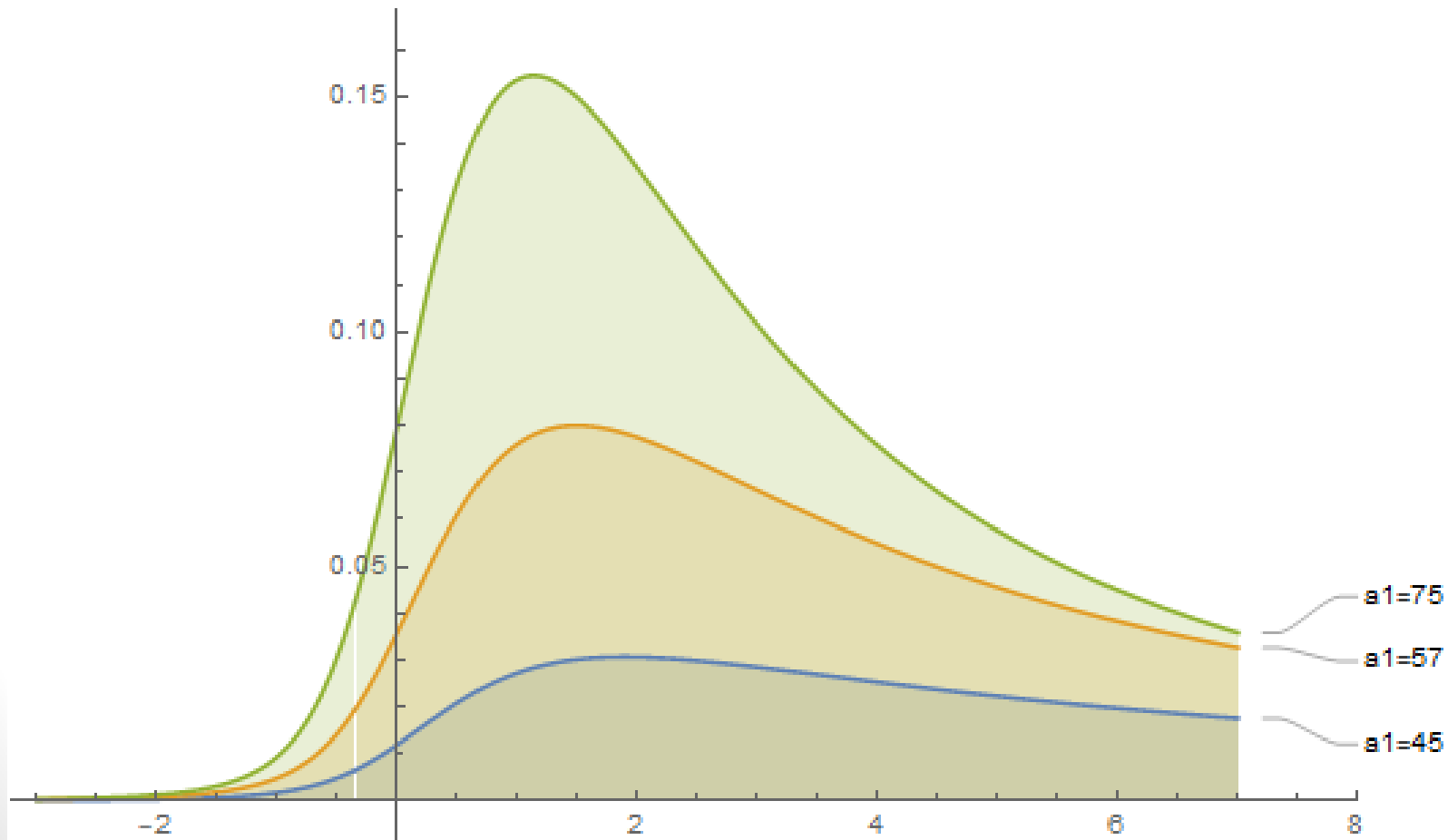
$$y = \begin{cases} \frac{e^{-\frac{(a_0 + xa_1)^2}{2a_1b_0}} \sqrt{\frac{a_1}{b_0}}}{\sqrt{2\pi}} & b_1 == 0 \& \& a_1b_0 > 0 \\ \frac{e^{-\frac{a_1(x + \frac{b_0}{b_1})}{b_1} a_1 \left( \frac{a_1(x + \frac{b_0}{b_1})}{b_1} \right)^{\frac{a_1b_0}{b_1^2} - \frac{a_0}{b_1}}}}{\text{Gamma}\left[1 + \frac{a_1b_0}{b_1^2} - \frac{a_0}{b_1}\right] b_1} & b_1^2 > 0 \& \& a_1(b_0 + xb_1) > 0 \\ 0 & \text{True} \end{cases}$$

# 4b. Distribusi Log-Pearson III

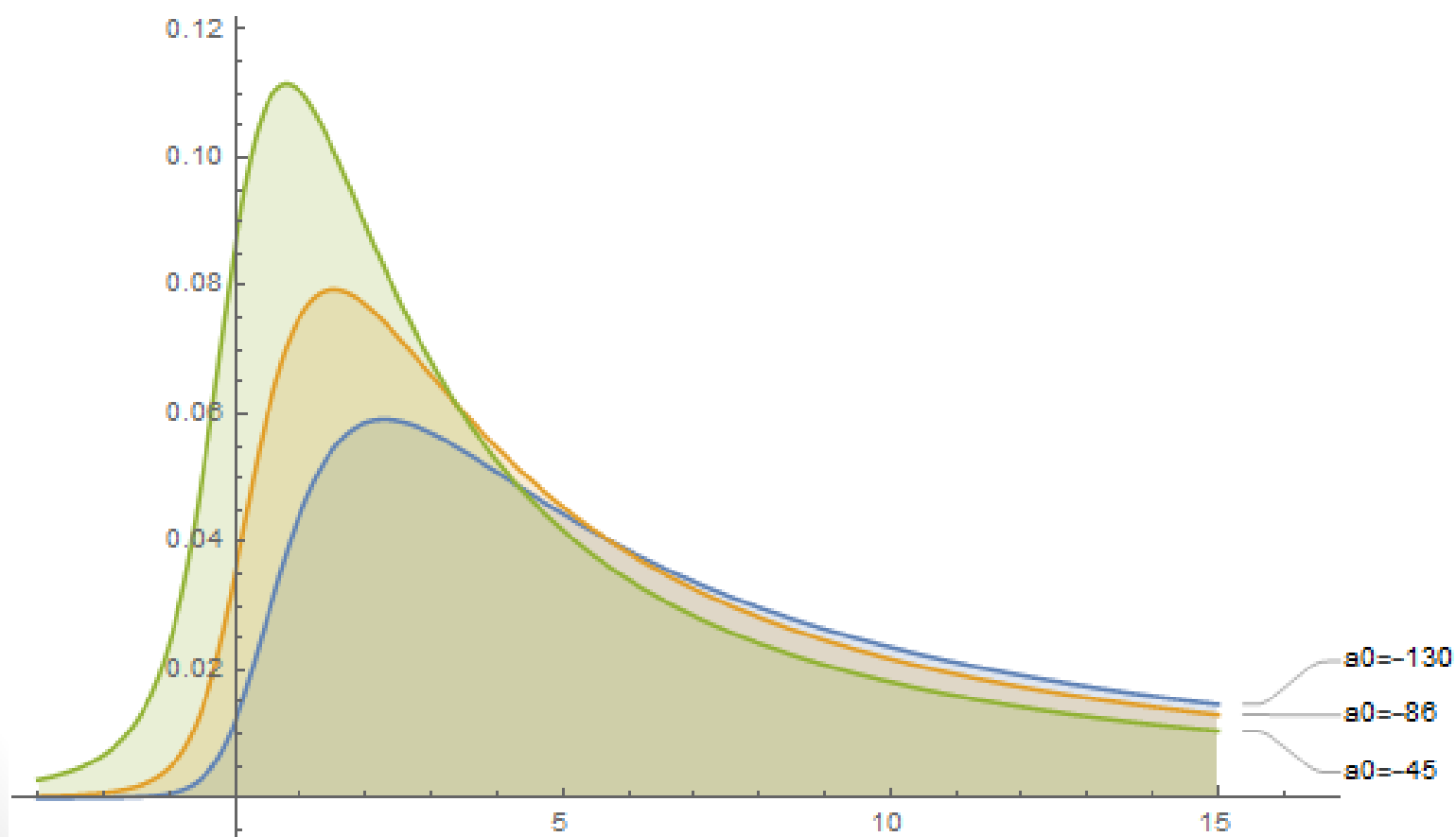
- Berdasarkan Wolfram Mathematica, CDF Pearson 3 dengan 5 parameter,  $\text{PearsonDistribution}[3, a_1, a_0, b_2, b_1, b_0]$  adalah sebagai berikut:

$$P(x \leq X) = \begin{cases} \frac{1}{2} \operatorname{Erfc}\left[-\frac{x + \frac{a_0}{a_1}}{\sqrt{2} \sqrt{\frac{b_0}{a_1}}}\right] & b_1 == 0 \\ \operatorname{GammaRegularized}\left[1 + \frac{a_1 b_0 - a_0 b_1}{b_1^2}, 0, \frac{a_1 \left(x + \frac{b_0}{b_1}\right)}{b_1}\right] & b_1 \neq 0 \& \& a_1 (b_0 + x b_1) > 0 \\ 0 & \text{True} \end{cases}$$

# 4c. PDF Log-Pearson III Parameter $a_1$ berubah



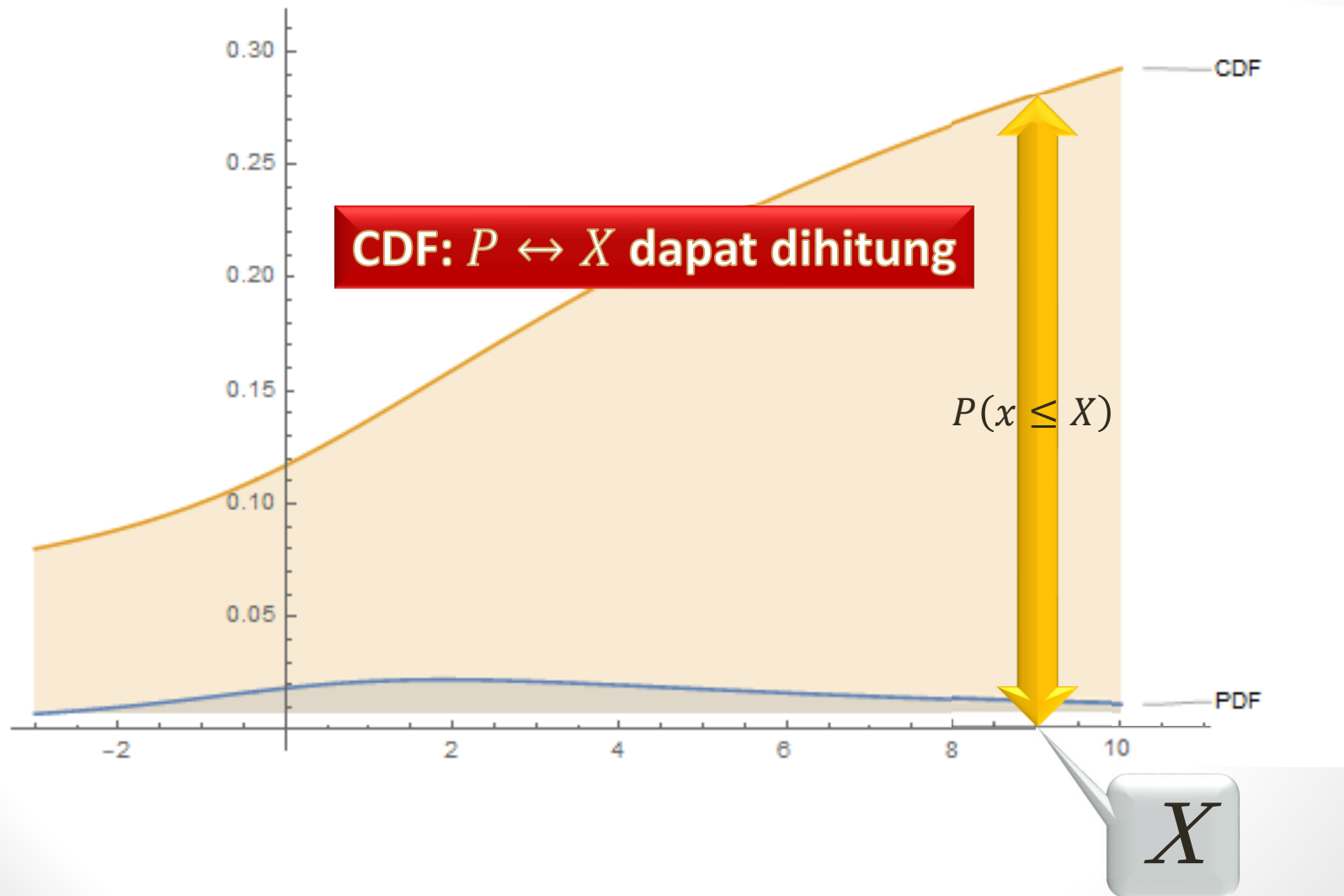
# 4d. PDF Log-Pearson III Parameter $a_0$ berubah





# 4e. Kurva Distribusi Log-Pearson III

PearsonDistribution[45, -85, 37, 26, 400]



# 4f. Distribusi Pearson

Acuan: Chow, Handbook of Hydrology, Section 8

Karl Pearson, pada tahun 1914, mengenalkan distribusi yang yan cocok untuk hamper semua distribusi. Bentuk PDF umum Distribusi Pearson:

$$y(x) = e^{\int_{-\infty}^x \frac{a+x}{b_0+b_1x+b_2x^2} dx}$$

dengan  $a, b_0, b_1$ , dan  $b_2$  adalah konstanta. Jenis distribusinya ditentukan oleh konstanta  $\beta_1, \beta_1$ , dan  $\kappa$  yang didefinisikan berikut ini:

$$\beta_1 = \frac{\mu_3^2}{\mu_2^3} \text{ dan } \beta_2 = \frac{\mu_4}{\mu_2^2}$$
$$\kappa = \frac{\beta_1(\beta_2 + 3)^2}{4(4\beta_2 - 3\beta_1)(2\beta_2 - 3\beta_1 - 6)}$$

dengan  $\mu_2, \mu_3$ , dan  $\mu_4$  adalah momen kedua, ketiga, dan keempat terhadap rerata.

# 4f. Distribusi Pearson 3

Acuan: Chow, Handbook of Hydrology, Section 8

Distribusi Pearson 3 jika  $2\beta_2 - 3\beta_1 - 6 = 0$  atau  $\kappa = \infty$ , sehingga PDF-nya dengan pusat pada mode menjadi:

$$y(x) = p_0 \left(1 - \frac{x}{a}\right)^c e^{-\frac{cx}{a}}, \quad c = \frac{4}{\beta_1} - 1, \quad a = \frac{c \mu_3}{2 \mu_2}$$

$$p_0 = \frac{N}{a} \frac{c^{c+1}}{e^c \Gamma(c+1)}$$

Parameter statistik Distribusi Pearson yaitu:

$$\mu = \text{Mode} - \frac{\mu_3}{2\mu_2}, \quad \sigma = \sqrt{\mu_2}, \quad \text{dan } C_s = \frac{\sqrt{\beta_1}}{2}$$

# Hitungan Analisis Frekuensi

1. Melakukan analisis distribusi kumulatif data, biasanya terdapat dua jenis data: (a) ekstrem tahunan, dan (b) menerus.

2. Hasil Butir 1 dibandingkan dengan CDF distribusi teoretisnya dengan uji (a) Kolmogorov-Smirnov, dan (b) Chi-Kuadrat.

3. Dengan karakteristik distribusi teoretis yang sesuai, digunakan untuk menghitung nilai: (a) probabilitas ( $P$ ) jika diketahui  $X$ , dan (b)  $X$  jika diketahui probabilitasnya ( $P$ ). Korelasi utama yang digunakan untuk menghitung adalah sifat CDF distribusi teoretis yaitu  $P(x \leq X)$ .

Pendekatan di atas adalah pendekatan ilmu statistika analisis frekuensi

# Pendekatan Statistik $P(x \leq X)$

Analisis frekuensi dengan pendekatan Statistik  $P(x \leq X)$  melalui distribusi teoretis sebenarnya lebih sederhana dan langsung. Dalam teknologi komputasi numerik, hal ini sudah dilakukan untuk banyak distribusi teoretis. Cara melakukannya ada 3 tahapan:

1. Menentukan PDF distribusi statistiknya:

$$y = f(x)$$

2. Membuat fungsi komputasi CDF dari PDF-nya, untuk menghitung  $P(x \leq X)$ , jika diketahui  $X$ , yaitu:

$$P(x \leq X) = \int_{x=\text{Batas Bawah}}^{x=X} f(x)dx$$

3. Membuat fungsi komputasi CDF Inverse untuk menghitung  $X$ , jika diketahui  $P(x \leq X)$  dengan menggunakan Butir 2.

# Tabel PDF dan CDF: Distribusi Normal $N(\mu=0, \sigma=1)$

Setiap distribusi memiliki tabel PDF dan CDF semacam ini

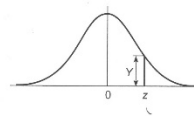
$$\text{PDF: } y = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}$$

$$\text{CDF: } P(z \leq A) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^A e^{-\frac{z^2}{2}} dz$$

Statistik, Murray R. Spiegel & Larry J. Stephens, Schaum's Outline, Edisi Ketiga.

Lampiran I

Ordinat (y) dari Kurva Normal Standar pada z



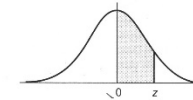
z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.3989	0.3989	0.3989	0.3988	0.3986	0.3984	0.3982	0.3980	0.3977	0.3973
0.1	0.3970	0.3965	0.3961	0.3956	0.3951	0.3945	0.3939	0.3932	0.3925	0.3918
0.2	0.3910	0.3902	0.3894	0.3885	0.3876	0.3867	0.3857	0.3847	0.3836	0.3825
0.3	0.3814	0.3802	0.3790	0.3778	0.3765	0.3752	0.3739	0.3725	0.3712	0.3697
0.4	0.3683	0.3668	0.3653	0.3637	0.3621	0.3605	0.3589	0.3572	0.3555	0.3538
0.5	0.3521	0.3503	0.3485	0.3467	0.3448	0.3429	0.3410	0.3391	0.3372	0.3352
0.6	0.3332	0.3312	0.3292	0.3271	0.3251	0.3230	0.3209	0.3187	0.3166	0.3144
0.7	0.3123	0.3101	0.3079	0.3056	0.3034	0.3011	0.2989	0.2966	0.2943	0.2920
0.8	0.2897	0.2874	0.2850	0.2827	0.2803	0.2780	0.2756	0.2732	0.2709	0.2685
0.9	0.2661	0.2637	0.2613	0.2589	0.2565	0.2541	0.2516	0.2492	0.2468	0.2444
1.0	0.2420	0.2396	0.2371	0.2347	0.2323	0.2299	0.2275	0.2251	0.2227	0.2203
1.1	0.2179	0.2155	0.2131	0.2107	0.2083	0.2059	0.2036	0.2012	0.1989	0.1965
1.2	0.1942	0.1919	0.1895	0.1872	0.1849	0.1826	0.1804	0.1781	0.1758	0.1736
1.3	0.1714	0.1691	0.1669	0.1647	0.1626	0.1604	0.1582	0.1561	0.1539	0.1518
1.4	0.1497	0.1476	0.1456	0.1435	0.1415	0.1394	0.1374	0.1354	0.1334	0.1315
1.5	0.1295	0.1276	0.1257	0.1238	0.1219	0.1200	0.1182	0.1163	0.1145	0.1127
1.6	0.1109	0.1092	0.1074	0.1057	0.1040	0.1023	0.1006	0.0989	0.0973	0.0957
1.7	0.0940	0.0925	0.0909	0.0893	0.0878	0.0863	0.0848	0.0833	0.0818	0.0804
1.8	0.0790	0.0775	0.0761	0.0748	0.0734	0.0721	0.0707	0.0694	0.0681	0.0669
1.9	0.0656	0.0644	0.0632	0.0620	0.0608	0.0596	0.0584	0.0573	0.0562	0.0551
2.0	0.0540	0.0529	0.0519	0.0508	0.0498	0.0488	0.0478	0.0468	0.0459	0.0449
2.1	0.0440	0.0431	0.0422	0.0413	0.0404	0.0396	0.0387	0.0379	0.0371	0.0363
2.2	0.0355	0.0347	0.0339	0.0332	0.0325	0.0317	0.0310	0.0303	0.0297	0.0290
2.3	0.0283	0.0277	0.0270	0.0264	0.0258	0.0252	0.0246	0.0241	0.0235	0.0229
2.4	0.0224	0.0219	0.0213	0.0208	0.0203	0.0198	0.0194	0.0189	0.0184	0.0180
2.5	0.0175	0.0171	0.0167	0.0163	0.0158	0.0154	0.0151	0.0147	0.0143	0.0139
2.6	0.0136	0.0132	0.0129	0.0126	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110	0.0107
2.7	0.0104	0.0101	0.0099	0.0096	0.0093	0.0091	0.0088	0.0086	0.0084	0.0081
2.8	0.0079	0.0077	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0067	0.0065	0.0063	0.0061
2.9	0.0060	0.0058	0.0056	0.0055	0.0053	0.0051	0.0050	0.0048	0.0047	0.0046
3.0	0.0044	0.0043	0.0042	0.0041	0.0039	0.0038	0.0037	0.0036	0.0035	0.0034
3.1	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026	0.0025	0.0025
3.2	0.0024	0.0023	0.0022	0.0022	0.0021	0.0020	0.0020	0.0019	0.0018	0.0018
3.3	0.0017	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014	0.0013	0.0013
3.4	0.0012	0.0012	0.0012	0.0011	0.0011	0.0010	0.0010	0.0010	0.0009	0.0009
3.5	0.0009	0.0008	0.0008	0.0008	0.0008	0.0007	0.0007	0.0007	0.0007	0.0006
3.6	0.0006	0.0006	0.0006	0.0005	0.0005	0.0005	0.0005	0.0005	0.0005	0.0004
3.7	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003
3.8	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002
3.9	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001

Nilai  $z = A$  ↔ Nilai  $y$

Statistik, Murray R. Spiegel & Larry J. Stephens, Schaum's Outline, Edisi Ketiga.

Lampiran II

Luas Daerah di Bawah Kurva Normal Standar dari 0 sampai z

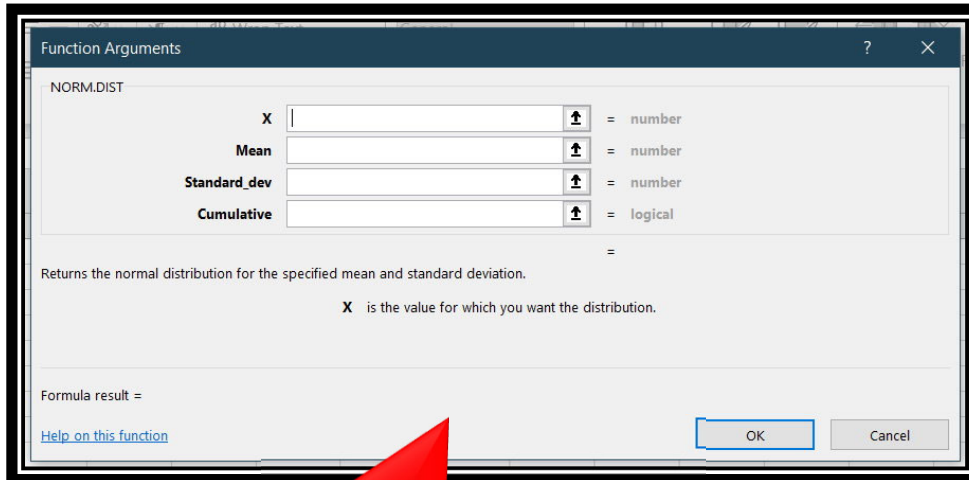


z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0518	0.0558	0.0598	0.0638	0.0675	0.0714	0.0754
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2258	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2518	0.2549
0.7	0.2580	0.2612	0.2644	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2996	0.3023	0.3051	0.3078	0.3105	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3707	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3906	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4250	0.4264	0.4278	0.4291	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4494	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4601	0.4610	0.4619	0.4628	0.4637
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986
3.0	0.4986	0.4986	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989
3.1	0.4989	0.4989	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990	0.4990	0.4990	0.4990
3.2	0.4990	0.4990	0.4990	0.4990	0.4990	0.4991	0.4991	0.4991	0.4991	0.4991
3.3	0.4991	0.4991	0.4991	0.4991	0.4991	0.4992	0.4992	0.4992	0.4992	0.4992
3.4	0.4992	0.4992	0.4992	0.4992	0.4992	0.4993	0.4993	0.4993	0.4993	0.4993
3.5	0.4993	0.4993	0.4993	0.4993	0.4993	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994
3.6	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4995	0.4995	0.4995	0.4995	0.4995
3.7	0.4995	0.4995	0.4995	0.4995	0.4995	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996
3.8	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997
3.9	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998

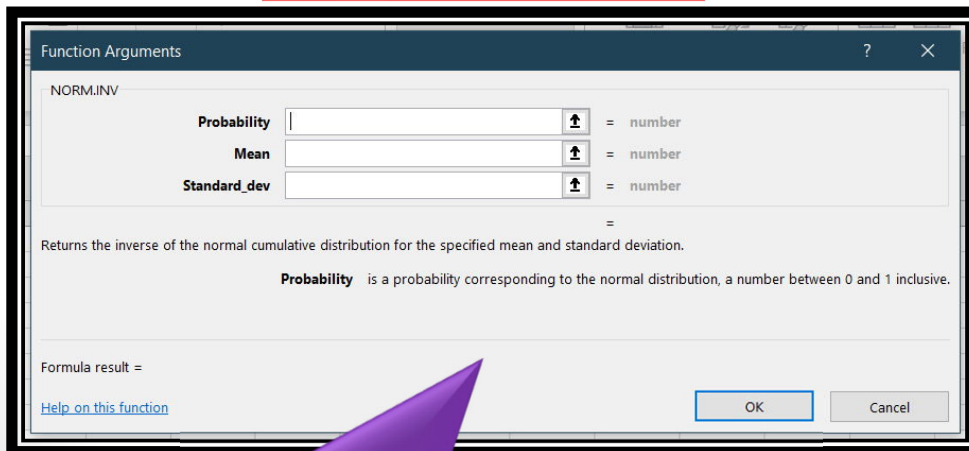
Nilai  $z = A$  ↔ Nilai  $P(z \leq A)$

CDF:  $P \leftrightarrow X$  dapat dihitung

# Implementasi dengan Microsoft Excel pada Distribusi Normal



Menghitung nilai  $P$



Menghitung nilai  $X \rightarrow$  INVERSE

Diketahui  $X$  dihitung  $P$ :  
didalam Microsoft Excel,  
misalkan untuk distribusi  
Normal digunakan  
NORM.DIST ( $X$ ; Rerata;  
Simpangan Baku; PDF/CDF)

CDF:  $P \leftrightarrow X$  dapat dihitung

Diketahui  $P$  dihitung  $X$ :  
didalam Microsoft Excel,  
misalkan untuk distribusi  
Normal digunakan  
NORM.INV ( $P$  CDF; Rerata;  
Simpangan Baku)

# CDF: Hitungan $P \leftrightarrow X$

## F.Dist (Menghitung $P$ )

- Dalam buku-buku statistika disajikan dalam bentuk tabel, sehingga hitungan analisis frekuensi dilakukan secara manual dengan kertas grafik.
- Digunakan untuk melakukan Uji Kolmogorov-Smirnov.

## F.Inv (Menghitung $X$ )

- Dalam buku-buku statistika disajikan dalam bentuk tabel, sehingga hitungan analisis frekuensi dilakukan secara manual dengan kertas grafik.
- Digunakan untuk melakukan Uji Chi-Kuadrat dan menghitung nilai data untuk pelbagai probabilitas ( $T =$  kala ulang).



# Deret Tahunan: Debit Banjir

Tabel ini merupakan  $Q$  banjir yang mungkin terjadi pada 1 tahun di masa yang akan datang

Apakah  $Q = 244 \text{ m}^3/\text{dt}$  mungkin terjadi di masa depan?

Setiap  $Q$  yang pernah terjadi di masa lalu, mungkin terjadi di masa depan!

Tahun	$Q$ ( $\text{m}^3/\text{dt}$ )	Tahun	$Q$ ( $\text{m}^3/\text{dt}$ )	Tahun	$Q$ ( $\text{m}^3/\text{dt}$ )	Tahun	$Q$ ( $\text{m}^3/\text{dt}$ )	$Q$ ( $\text{m}^3/\text{dt}$ )	$Q$ ( $\text{m}^3/\text{dt}$ )
1918	244	1929	207	1978	302	1954	181	244	445
1919	217	1930	354	1979	301	1955	192	217	364
1920	285	1931	445	1980	284	1956	194	285	354
1921	261	1932	350	1981	276	1957	197	261	350
1922	295	1933	336	1982	261	1958	199	295	346
1923	252	1934	328	1983	303	1959	200	252	336
1924	275	1973	269	1984	335	1960	214	275	335
1925	204	1974	323	1985	320	1961	215	204	328
1926	208	1975	364	1951	173	1962	304	208	323
1927	194	1976	247	1952	178	1963	316	194	320
1928	256	1977	290	1953	181	1964	346	...	diurutkan!

Bagaimana proses awal data tahunan banjir seperti di atas?

Apakah  $Q = 170 \text{ m}^3/\text{dt}$  mungkin terjadi di masa depan?

# Deret Tahunan: Hasil Hitungan

## HITUNGAN KALA ULANG DEBIT MAKSIMUM S. CITARUM

Probabilitas Sesuai Urutan $P(x \geq X)$	Kala Ulang T (tahun)	KARAKTERISTIK DEBIT (M <sup>3</sup> /DT) MENURUT PROBABILITASNYA							
		Normal		Log Normal		Gumbel		Log Pearson III	
		$K_T$	$X_T$	$K_T$	$X_T$	$K_T$	$X_T$	$K_T$	$X_T$
99,75%	1,003	-2,807	7,868	-2,415	41,325	-1,846	89,942	-6,033	5,997
99,50%	1,005	-2,576	27,613	-2,343	47,457	-1,750	98,128	-5,010	11,057
99,00%	1,010	-2,326	48,918	-2,254	55,098	-1,641	107,464	-4,030	19,874
98,00%	1,020	-2,054	72,198	-2,140	64,861	-1,514	118,326	-3,097	34,740
96,00%	1,042	-1,751	98,079	-1,989	77,758	-1,362	131,311	-2,216	58,868
95,00%	1,053	-1,645	107,116	-1,929	82,841	-1,306	138,095	-1,944	69,255
90,00%	1,111	-1,282	138,142	-1,694	102,959	-1,100	153,617	-1,144	111,814
80,00%	1,250	-0,842	175,711	-1,330	133,966	-0,821	177,464	-0,420	172,420
50,00%	2,000	0,000	175,584	-0,303	221,676	-0,164	233,556	0,365	175,813
20,00%	5,000	0,842	319,457	1,396	366,812	0,719	309,025	0,618	20,785
10,00%	10,000	1,282	357,026	2,690	477,281	1,305	358,992	0,639	24,909
4,00%	25,000	1,751	397,090	4,501	631,968	2,044	422,126	0,641	325,365
5,00%	20,000	1,645	388,052	4,047	593,186	1,866	406,922	0,640	325,111
2,00%	50,000	2,054	422,971	5,973	629	2,592	468,962	0,656	328,168
1,00%	100,000	2,326	446,250	7,544	629	3,137	515,453	0,691	335,190
0,50%	200,000	2,576	467,556	9,226	1.189,470	3,679	561,773	0,751	347,474
0,25%	400,000	2,807	487,300	11,025	1.189,115	4,221	608,010	0,838	365,938
0,20%	500,000	2,878	493,374	11,631	1.240,820	4,395	622,886	0,871	373,366
0,10%	1.000,000	3,090	511,485	13,597	1.408,714	4,936	669,072	0,993	401,685
0,05%	2.000,000	3,291	528,590	15,697	1.588,094	5,476	715,238	1,142	439,171
0,03%	4.000,000	3,481	544,835	17,939	1.779,191	6,017	761,408	1,318	487,879
0,02%	5.000,000	3,540	549,901	18,692	1.843,819	6,191	776,271	1,380	506,377

1

2

2

2

2

1. Probabilitas Q banjir yang dapat terjadi dalam setiap tahun di masa depan

2. Nilai Q banjir yang dapat terjadi dalam setiap tahun di masa depan

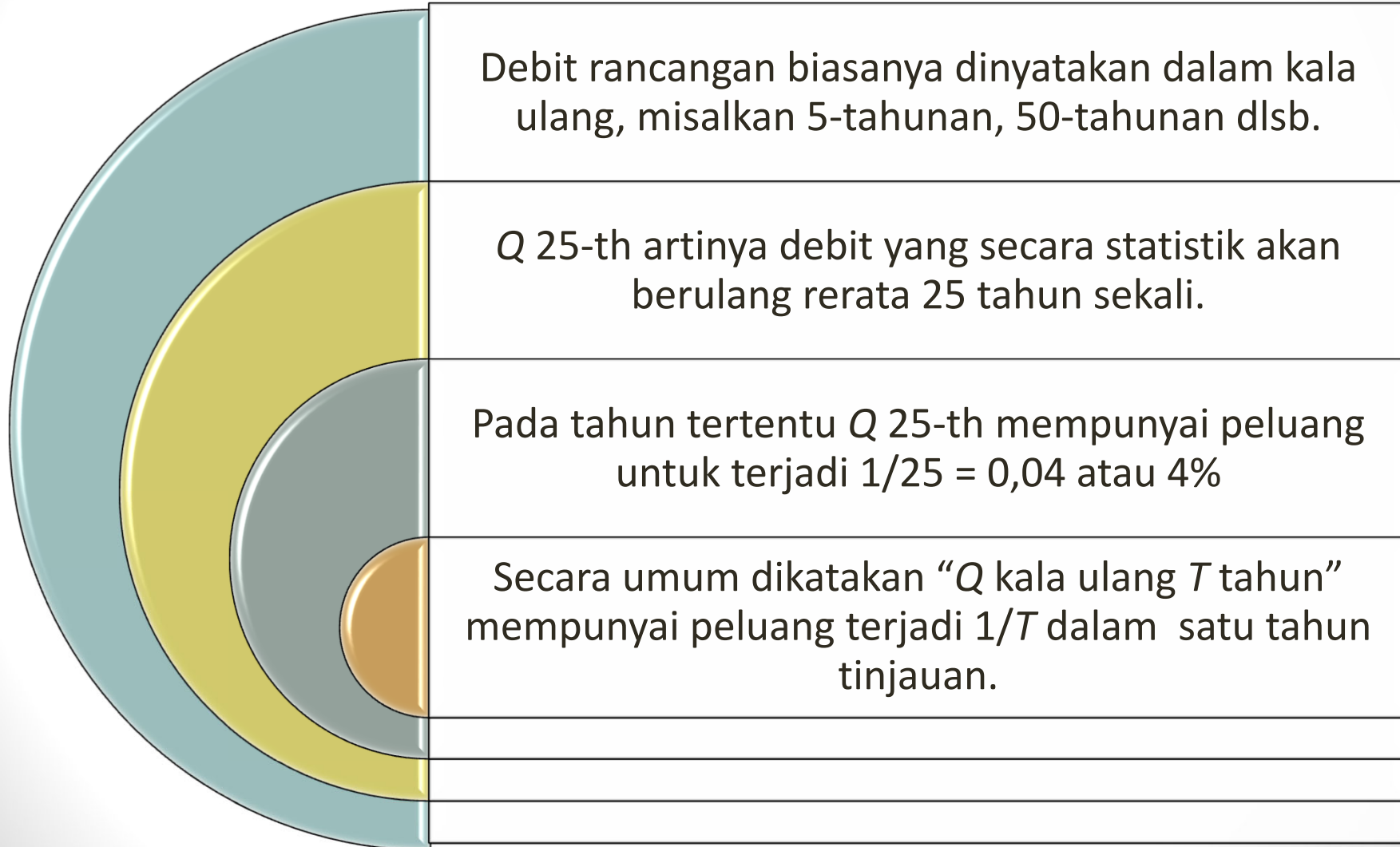
# Debit Rancangan

Debit rancangan adalah besarnya debit yang digunakan untuk merancang bangunan.

Biasanya debit rancangan dihitung dengan analisis frekuensi menggunakan data historis.

Jika selama kurun waktu pengumpulan data historis tersebut, kondisi DPS banyak perubahan, maka analisis frekuensi ini tidak akurat lagi, karena faktor perubahan DPS tidak pernah dapat terakomodasi dengan cermat.

# Kala Ulang



# Kala Ulang *in action*



Kejadian banjir diatas (dengan tanda panah kebawah) terjadi secara rerata 25 tahun sekali.

# Analisis Frekuensi Hidrologi

Menurut Chow (1951,1964) dalam analisis frekuensi variabel acak semacam hujan dan debit sungai alami dapat dinyatakan dalam nilai reratanya:

$$x = \mu_x + \Delta x$$

nilai  $\Delta x$  tergantung dari sifat distribusi variabel acak  $x$ . Nilai  $\Delta x$  tergantung dari suatu konstanta  $K_A$  yang disebut faktor frekuensi dan simpangan baku variabel  $x$ , atau dapat ditulis sebagai:

$$x = \mu_x + K_A \sigma_x \rightarrow x_A = \mu_x + K_A \sigma_x$$

dengan  $x_A$ : nilai variabel random untuk suatu nilai pada frekuensi tertentu,  $K_A$ : faktor frekuensi (nilainya tergantung pada probabilitas  $\Leftrightarrow$  kala ulang yang dikehendaki),  $\mu_x$  dan  $\sigma_x$ : rerata dan simpangan baku variabel  $x$ .

# Prosedur Hitungan $K_A$

1. Tentukan Kala Ulang ( $T$  tahun) yang akan digunakan dalam perancangan:
  - a) **Banjir:** dalam analisis banjir, kita tertarik pada nilai banjir tertentu atau lebih besar, sehingga membutuhkan probabilitas  $P(x \geq X_A)$ .  
Dalam hal ini nilai  $P(x \geq X_A) = \frac{1}{T}$
  - b) **Kekeringan:** dalam analisis kekeringan, kita tertarik pada nilai debit tertentu atau lebih kecil, sehingga membutuhkan probabilitas  $P(x \leq X_A)$ . Dalam hal ini nilai  $P(x \leq X_A) = \frac{1}{T}$
2. Jika yang dibutuhkan analisis debit andalan untuk perancangan, maka tentukan probabilitas andalannya  $P(x \geq X_A)$ .
3. Nilai probabilitas yang diperoleh pada Butir 1 atau 2 digunakan untuk menghitung nilai  $K_A$  sesuai dengan Distribusi Teoretisnya, kemudian digunakan untuk menghitung nilai variabel terkait,  $x_A$ :

$$x_A = \mu_x + K_A \sigma_x$$

# 1. Distribusi Normal

Persamaan Chow dalam *Handbook of Hydrology*, Section 8, ditulis ulang sebagai:

$$x_A = \mu_x + K_A \sigma_x \rightarrow K_A = \frac{x_A - \mu_x}{\sigma_x} \rightarrow z = \frac{x_A - \mu_x}{\sigma_x}$$

nilai  $z$  adalah nilai variabel Distribusi Normal  $N(0,1)$  dengan probabilitas (kala ulang) tertentu, dapat diperoleh dari tabel maupun aplikasi yang menghitung Distribusi Normal, sehingga nilai  $K_A = z$ . Perhatikan nilai probabilitas pada  $N(0,1)$  biasanya  $P(x \leq X_A)$ .



## 2a. Distribusi Log-Normal

Dalam Distribusi Log-Normal, sama dengan Distribusi Normal, namun data aslinya digunakan nilai ln atau log-nya, persamaan Chow ditulis ulang sebagai:

$$x_A = \mu_{\ln x} + K_A \sigma_{\ln x} \rightarrow K_A = \frac{x_A - \mu_{\ln x}}{\sigma_{\ln x}} \rightarrow z = \frac{x_A - \mu_{\ln x}}{\sigma_{\ln x}}$$

nilai z adalah nilai variabel Distribusi Normal  $N(0,1)$  dengan probabilitas (kala ulang) tertentu, dapat diperoleh dari tabel maupun aplikasi yang menghitung Distribusi Normal, sehingga nilai  $K_A = z$ . Perhatikan nilai probabilitas pada  $N(0,1)$  biasanya  $P(x \leq X_A)$ .

## 2b. Prosedur Hitungan

Nilai probabilitas yang diperoleh pada Butir 1 atau 2 digunakan untuk menghitung  $z$  dalam  $N(0,1)$ , nilai  $K_A = z$ , kemudian digunakan untuk menghitung nilai variabel terkait,

$x_A$ :

$$\ln x_A = \mu_{\ln x} + K_A \sigma_{\ln x}$$

$$x_A = e^{\mu_{\ln x} + K_A \sigma_{\ln x}}$$

# 3a. Distribusi Gumbel

Acuan: Wolfram Mathematica `GumbelDistribution[ $\alpha, \beta$ ]`

- CDF Gumbel:

$$P(x \leq X) = 1 - e^{-e^{\frac{\pi}{\sqrt{6}}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) - \gamma}}$$

$$P(x > X) = e^{-e^{\frac{\pi}{\sqrt{6}}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) - \gamma}}$$

- Nilai  $\gamma = 0,5772156649$

$$\ln \frac{1}{P(x > X)} = e^{\frac{\pi}{\sqrt{6}}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) - \gamma}$$

$$\frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{\sqrt{6}}{\pi} \left( \gamma + \ln \ln \frac{1}{P(x > X)} \right)$$

# 3a. Distribusi Gumbel (1/3)

Acuan: Chow, Handbook of Hydrology, Section 8

- CDF Gumbel:

$$P(x \leq X) = e^{-e^{-\frac{X+a}{c}}}$$

- dengan nilai  $\gamma = 0,5772156649$ ,  $a = \gamma c - \mu$ , dan  $c = \frac{\sqrt{6}}{\pi} \sigma$

$$P(x \leq X) = e^{-e^{-\frac{X-\mu+\gamma\frac{\sqrt{6}}{\pi}\sigma}{\frac{\sqrt{6}}{\pi}\sigma}}} = e^{-e^{-\frac{\pi}{\sqrt{6}}\left(\frac{X-\mu}{\sigma}\right)-\gamma}}$$

$$-\ln P(x \leq X) = e^{-\frac{\pi}{\sqrt{6}}\left(\frac{X-\mu}{\sigma}\right)-\gamma}$$

$$\ln \ln \frac{1}{P(x \leq X)} = -\frac{\pi}{\sqrt{6}}\left(\frac{X-\mu}{\sigma}\right) - \gamma$$

$$\frac{X-\mu}{\sigma} = -\frac{\sqrt{6}}{\pi} \left( \gamma + \ln \ln \frac{1}{P(x \leq X)} \right)$$

# 3a. Distribusi Gumbel (2/3)

Acuan: Chow, Handbook of Hydrology, Section 8

CDF Gumbel:

$$P(x \leq x_A) = e^{-e^{-\frac{\pi}{\sqrt{6}}\left(\frac{x_A - \mu}{\sigma}\right) - \gamma}}$$

$$\frac{x_A - \mu}{\sigma} = -\frac{\sqrt{6}}{\pi} \left( \gamma + \ln \ln \frac{1}{P(x \leq x_A)} \right)$$

$$\frac{x_A - \mu}{\sigma} = -\frac{\sqrt{6}}{\pi} \left( \gamma + \ln \ln \frac{1}{1 - P(x > x_A)} \right)$$

$$\frac{x_A - \mu}{\sigma} = -\frac{\sqrt{6}}{\pi} \left( \gamma + \ln \ln \frac{1}{1 - \frac{1}{T}} \right)$$

$$\frac{x_A - \mu}{\sigma} = -\frac{\sqrt{6}}{\pi} \left( \gamma + \ln \ln \frac{T}{T - 1} \right)$$

dengan nilai  $\gamma = 0,5772156649$  dan  $\frac{\sqrt{6}}{\pi} = 0,7796968012$

# 3a. Distribusi Gumbel (3/3)

Acuan: Chow, Handbook of Hydrology, Section 8

Persamaan Chow:

$$x_A = \mu_x + K_A \sigma_x$$

$K_A$  biasa disebut dengan faktor frekuensi (disebut pula  $K_T$ )

$$K_A = -\frac{\sqrt{6}}{\pi} \left[ \gamma + \ln \ln \left( \frac{T}{T-1} \right) \right]$$

$$K_A = -0,7796968012 \left[ 0,5772156649 + \ln \ln \left( \frac{T}{T-1} \right) \right]$$

atau

$$K_A = -0,7796968012 \left[ 0,5772156649 + \ln \ln \frac{1}{P(x \leq x_A)} \right]$$

## 3b. Prosedur Hitungan

Nilai Kala Ulang ( $T$  tahun) maupun probabilitas  $P(x \leq x_A)$  yang diperoleh pada tayangan sebelumnya dapat digunakan menghitung nilai  $K_A$ , kemudian digunakan untuk menghitung nilai variabel terkait,  $x_A$ :

$$x_A = \mu_x + K_A \sigma_x$$

# 4a. Distribusi Log-Pearson 3

Acuan: Chow, Handbook of Hydrology, Section 8

Distribusi Pearson 3 jika  $2\beta_2 - 3\beta_1 - 6 = 0$  atau  $\kappa = \infty$ , sehingga PDF-nya dengan pusat pada mode menjadi:

$$y(x) = p_0 \left(1 - \frac{x}{a}\right)^c e^{-\frac{cx}{a}}, \quad c = \frac{4}{\beta_1} - 1, \quad a = \frac{c \mu_3}{2 \mu_2}$$

$$p_0 = \frac{N}{a} \frac{c^{c+1}}{e^c \Gamma(c+1)}$$

Parameter statistik Distribusi Pearson yaitu:

$$\mu = \text{Mode} - \frac{\mu_3}{2\mu_2}, \quad \sigma = \sqrt{\mu_2}, \quad \text{dan } C_s = \frac{\sqrt{\beta_1}}{2}$$



# 4b. Prosedur Hitungan

Acuan: Haan, Statistical Methods in Hydrology, 1977

1. Ubah setiap data menjadi  $x_i$  menjadi  $y_i = \ln(x_i)$  atau  $\log_{10}$
2. Hitung nilai rerata ( $\mu_y$ ), simpangan baku ( $\sigma_y$ ), dan koefisien skewness ( $C_s$ ) dari  $y_i$ :

$$C_s = \frac{n^2 \sum y^3 - 3n \sum y \sum y^2 + 2(\sum y)^3}{n(n-1)(n-2)\sigma_y^3}$$

$$C_s = \frac{n \sum (y - \mu_y)^3}{(n-1)(n-2)\sigma_y^3}$$

3. Hitung  $y_T = \mu_y + K_T \sigma_y$ , dengan nilai  $K_T$  diperoleh pada tabel berikut berdasarkan nilai  $C_s$ .
4. Hitung  $x_T = e^{y_T}$  atau  $x_T = 10^{y_T}$

# 4c. Tabel $K_T$ Pearson 3 (1/2)

Acuan: Haan, Statistical Methods in Hydrology, 1977

Faktor Frekuensi  $K_T$  Distribusi Pearson 3 (Tabel 7.7, Haan, 1977)

Koefisien Skewness $C_s$	Kala Ulang (Tahun)							
	1,0101	2	5	10	25	50	100	200
	$P(x \geq X) = 1 - P(x < X)$							
	99,0%	50,0%	20,0%	10,0%	4,0%	2,0%	1,0%	0,5%
3,00	-0,667	-0,396	0,420	1,180	2,278	3,152	4,051	4,970
2,90	-0,690	-0,390	0,440	1,195	2,277	3,134	4,013	4,904
2,80	-0,714	-0,384	0,460	1,210	2,275	3,114	3,973	4,847
2,70	-0,740	-0,376	0,479	1,224	2,272	3,095	3,934	4,781
2,60	-0,769	-0,368	0,499	1,238	2,267	3,071	3,895	4,715
2,50	-0,799	-0,360	0,518	1,250	2,262	3,048	3,845	4,649
2,40	-0,832	-0,351	0,537	1,262	2,256	3,023	3,800	4,584
2,30	-0,867	-0,341	0,555	1,274	2,248	2,997	3,753	4,515
2,20	-0,905	-0,330	0,574	1,284	2,240	2,970	3,705	4,444
2,10	-0,946	-0,319	0,592	1,294	2,230	2,942	3,656	4,372
2,00	-0,990	-0,307	0,609	1,302	2,219	2,912	3,605	4,298
1,90	-1,037	-0,294	0,627	1,310	2,207	2,881	3,553	4,223
1,80	-1,087	-0,282	0,643	1,318	2,193	2,848	3,499	4,147
1,70	-1,140	-0,268	0,660	1,324	2,179	2,815	3,444	4,069
1,60	-1,197	-0,254	0,675	1,329	2,163	2,780	3,388	3,990
1,50	-1,256	-0,240	0,690	1,333	2,146	2,743	3,330	3,910
1,40	-1,318	-0,225	0,705	1,337	2,128	2,706	3,271	3,828
1,30	-1,383	-0,210	0,719	1,339	2,108	2,666	3,211	3,745
1,20	-1,449	-0,195	0,732	1,340	2,087	2,626	3,149	3,661
1,10	-1,518	-0,180	0,745	1,341	2,066	2,585	3,087	3,575
1,00	-1,588	-0,164	0,758	1,340	2,043	2,542	3,022	3,489
0,90	-1,660	-0,148	0,769	1,339	2,018	2,498	2,957	3,401
0,80	-1,733	-0,132	0,780	1,336	1,993	2,453	2,891	3,312
0,70	-1,806	-0,116	0,790	1,333	1,967	2,407	2,824	3,223
0,60	-1,880	-0,099	0,800	1,328	1,939	2,359	2,755	3,132
0,50	-1,955	-0,083	0,808	1,323	1,910	2,311	2,686	3,041
0,40	-2,029	-0,066	0,816	1,317	1,880	2,261	2,615	2,949
0,30	-2,104	-0,050	0,824	1,309	1,849	2,211	2,544	2,856
0,20	-2,178	-0,033	0,830	1,301	1,818	2,159	2,472	2,763
0,10	-2,252	-0,017	0,836	1,292	1,785	2,107	2,400	2,670
0,00	-2,326	0,000	0,842	1,282	1,751	2,054	2,326	2,576

Tabel  $K_T$  inilah sesungguhnya merupakan CDF Distribusi Pearson 3, karena merupakan korelasi antara  $P(x \leq X)$  dengan nilai  $X$ .

$$K_T = \frac{x - \mu_x}{\sigma_x}$$

# 4c. Tabel $K_T$ Pearson 3 (1/2)

Acuan: Haan, Statistical Methods in Hydrology, 1977

Faktor Frekuensi  $K_T$  Distribusi Pearson 3 (Tabel 7.7, Haan, 1977)

Koefisien Skewness $C_s$	Kala Ulang (Tahun)							
	1,0101	2	5	10	25	50	100	200
	$P(x \geq X) = 1 - P(x < X)$							
	99,0%	50,0%	20,0%	10,0%	4,0%	2,0%	1,0%	0,5%
0,00	-2,326	0,000	0,842	1,282	1,751	2,054	2,326	2,576
-0,10	-2,400	0,017	0,846	1,270	1,716	2,000	2,252	2,482
-0,20	-2,472	0,033	0,850	1,258	1,680	1,945	2,178	2,388
-0,30	-2,544	0,050	0,853	1,245	1,643	1,890	2,104	2,294
-0,40	-2,615	0,066	0,855	1,231	1,606	1,834	2,029	2,201
-0,50	-2,686	0,083	0,856	1,216	1,567	1,777	1,955	2,108
-0,60	-2,755	0,099	0,857	1,200	1,528	1,720	1,880	2,016
-0,70	-2,824	0,116	0,857	1,183	1,488	1,663	1,806	1,926
-0,80	-2,891	0,132	0,856	1,166	1,448	1,606	1,733	1,837
-0,90	-2,957	0,148	0,854	1,147	1,407	1,549	1,660	1,749
-1,00	-3,022	0,164	0,852	1,128	1,366	1,492	1,588	1,661
-1,10	-3,087	0,180	0,848	1,107	1,324	1,435	1,518	1,581
-1,20	-3,149	0,195	0,844	1,086	1,282	1,379	1,449	1,501
-1,30	-3,211	0,210	0,838	1,064	1,240	1,324	1,383	1,424
-1,40	-3,271	0,225	0,832	1,041	1,198	1,270	1,318	1,351
-1,50	-3,330	0,240	0,825	1,018	1,157	1,217	1,256	1,282
-1,60	-3,388	0,254	0,817	0,994	1,116	1,166	1,197	1,216
-1,70	-3,444	0,268	0,808	0,970	1,075	1,116	1,140	1,155
-1,80	-3,499	0,282	0,799	0,945	1,035	1,069	1,087	1,097
-1,90	-3,553	0,294	0,788	0,920	0,996	1,023	1,037	1,044
-2,00	-3,605	0,307	0,777	0,895	0,959	0,980	0,990	0,995
-2,10	-3,656	0,319	0,765	0,869	0,923	0,939	0,946	0,949
-2,20	-3,705	0,330	0,752	0,844	0,888	0,900	0,905	0,907
-2,30	-3,753	0,341	0,739	0,819	0,855	0,864	0,867	0,869
-2,40	-3,800	0,351	0,725	0,795	0,823	0,830	0,832	0,833
-2,50	-3,845	0,360	0,711	0,771	0,793	0,798	0,799	0,800
-2,60	-3,899	0,368	0,696	0,747	0,764	0,768	0,769	0,769
-2,70	-3,932	0,376	0,681	0,724	0,738	0,740	0,740	0,741
-2,80	-3,973	0,384	0,666	0,702	0,712	0,714	0,714	0,714
-2,90	-4,013	0,390	0,651	0,681	0,683	0,689	0,690	0,690
-3,00	-4,051	0,396	0,636	0,660	0,666	0,666	0,667	0,667

Tabel  $K_T$  inilah sesungguhnya dapat dihitung secara numeris, namun harus menggunakan tabel Distribusi Normal Standar,  $N(0,1)$ .

# Deret Hidrologis

Acuan: Chow, Handbook of Hydrology, Section 8

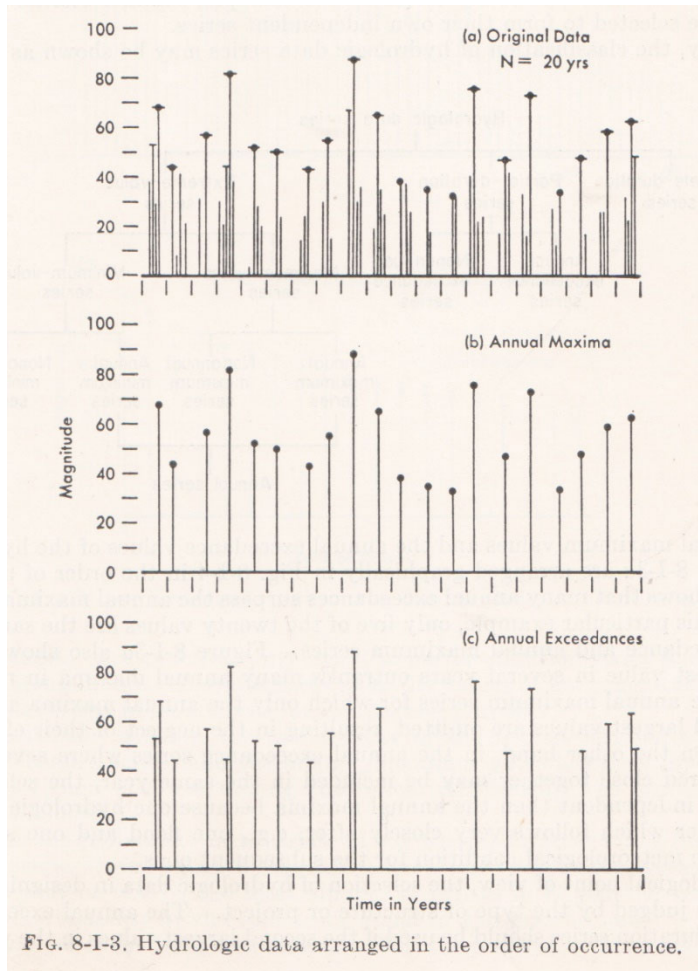


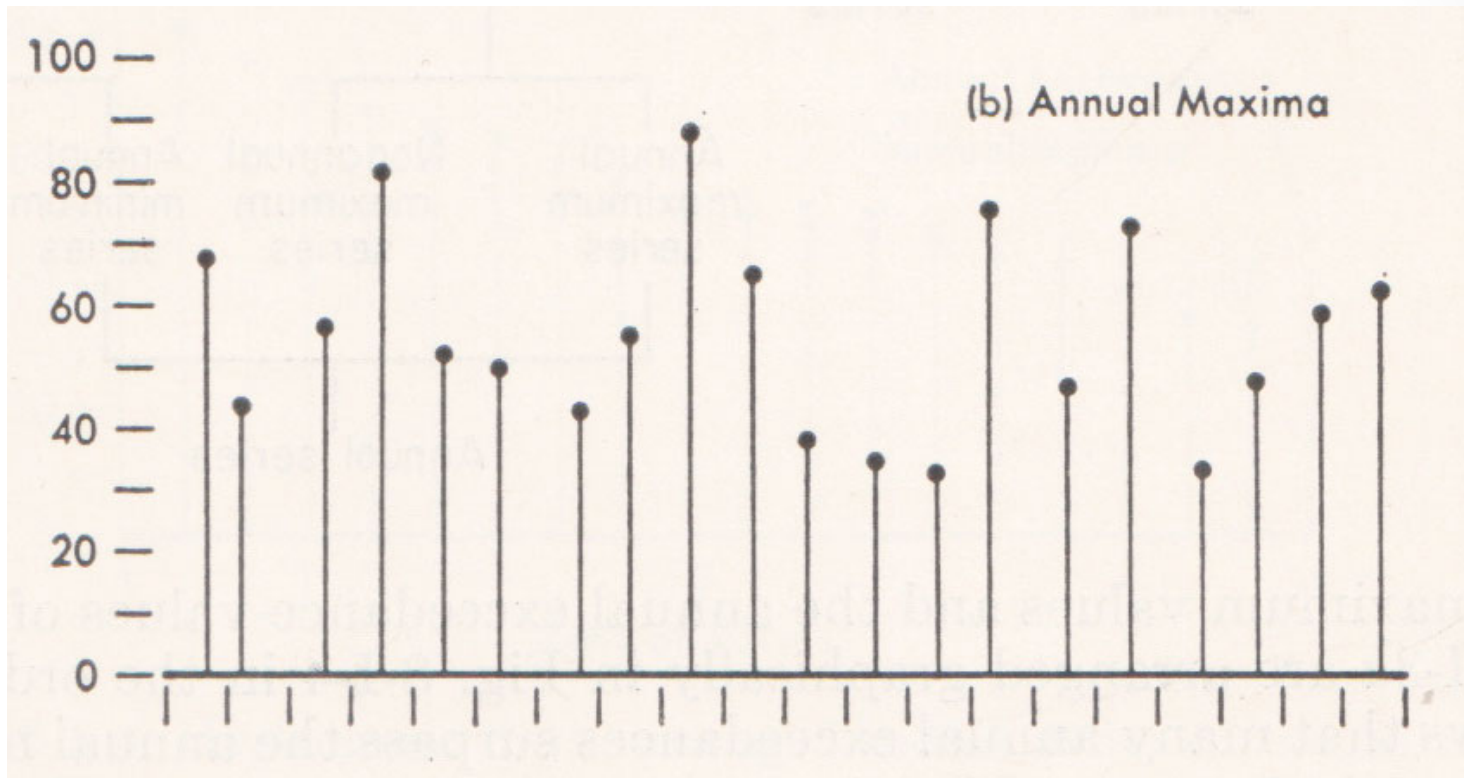
FIG. 8-I-3. Hydrologic data arranged in the order of occurrence.

Gambar di samping merupakan contoh data hidrologis selama 20 tahun

1. Gambar (a) merupakan data 20 tahun lengkap, sedangkan
2. Gambar (b) merupakan data maksimum setiap tahun, serta
3. Gambar (c) merupakan data yang nilainya melebihi nilai tertentu

# Deret Tahunan Penuh

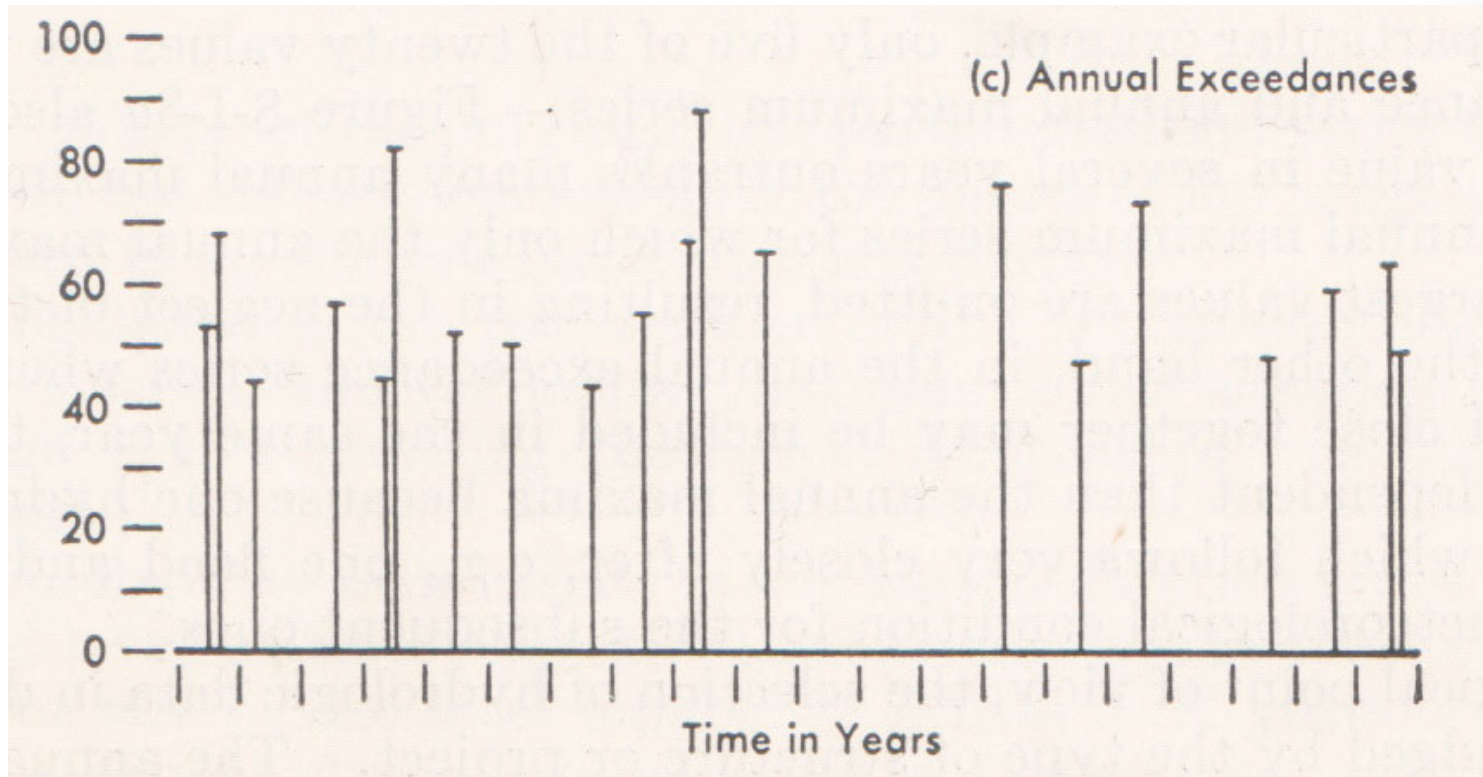
Acuan: Chow, Handbook of Hydrology, Section 8



- Data hidrologis berupa satu nilai maksimum per tahun selama 20 tahun.
- Dalam perancangan hidrologis, data semacam ini dapat merupakan nilai maksimum maupun minimum per tahun.

# Deret Tahunan Parsial

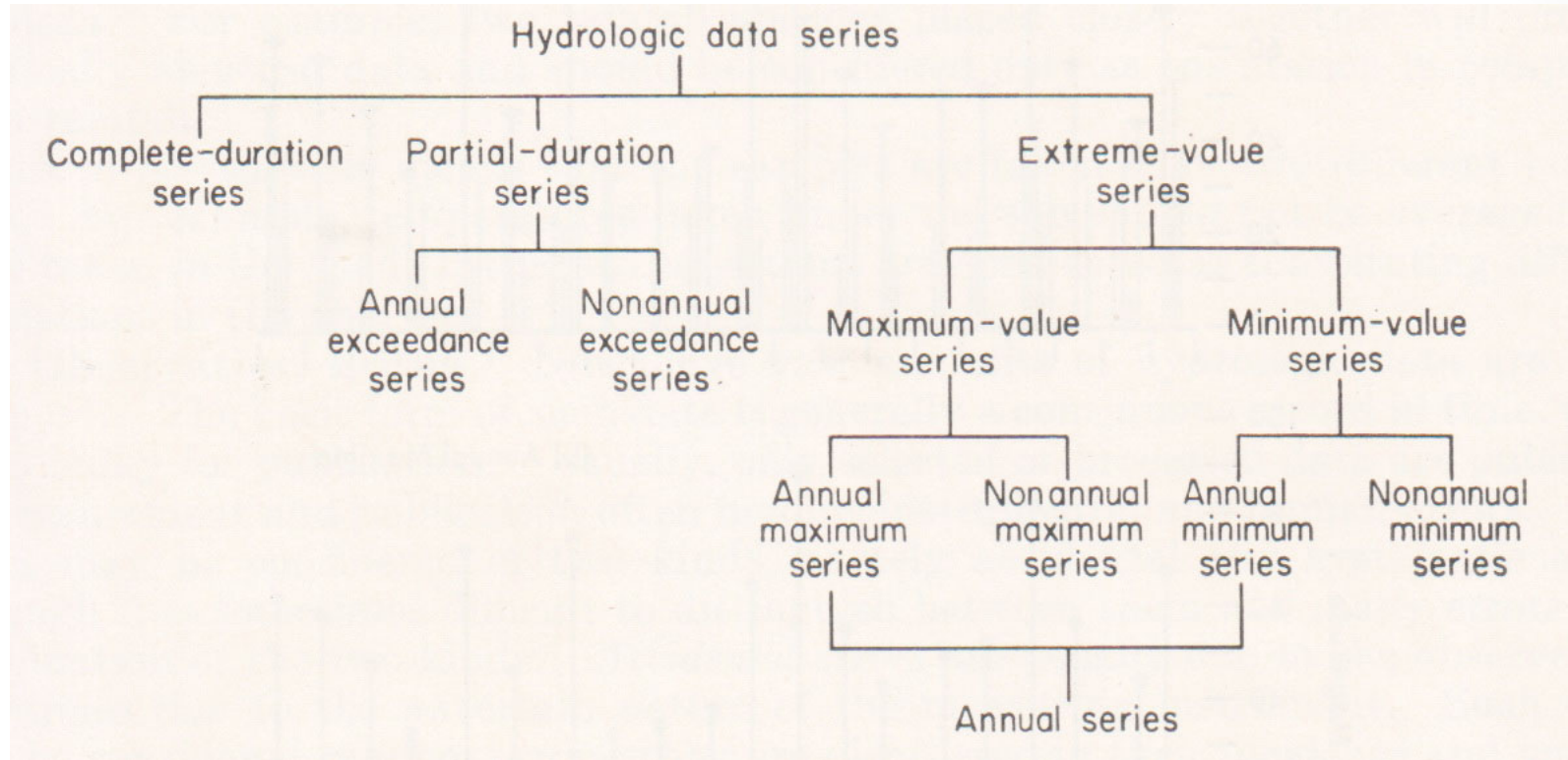
Acuan: Chow, Handbook of Hydrology, Section 8



Data tahunan parsial merupakan data selama 20 tahun yang melebihi nilai tertentu sesuai dengan kebutuhan perancangan.

# Klasifikasi Deret Hidrologis

Acuan: Chow, Handbook of Hydrology, Section 8



Klasifikasi deret hidrologis di atas timbul karena kebutuhan perancangan sumberdaya air di lapangan.

# Deret tahunan penuh dan parsial

Acuan: Chow, Handbook of Hydrology, Section 8

- Dalam analisis frekuensi, probabilitas yang dihasilkan antara deret tahunan penuh dan parsial berbeda. Korelasi probabilitas dari kedua deret ini diteliti oleh Langbein.
- Dengan  $P_M$ :  $P(x \geq X_M)$ , probabilitas  $x$  dalam deret tahunan maksimum,  $P_E$ :  $P(x \geq X_E)$ , probabilitas  $x$  dalam deret tahunan parsial melebihi nilai tertentu, maka

$$P_M = 1 - e^{-P_E} \leftrightarrow P_E = -\ln(1 - P_M) \leftrightarrow P_E = \ln \frac{1}{1 - P_M}$$

- Jika dihubungkan dengan Kala Ulang:  $T = \frac{1}{P(x \geq X)}$ , maka didapat

$$\frac{1}{T_E} = \ln \left( \frac{T_M}{T_M - 1} \right) \rightarrow T_E = \frac{1}{\ln(T_M) - \ln(T_M - 1)}$$



# Analisis Frekuensi di Bidang Sumberdaya Air

- Analisis frekuensi dalam bidang sumberdaya air, terutama untuk menghitung debit andalan, banjir, dan kekeringan telah tersedia dalam bentuk aplikasi *Anafrek*.
- Distribusi teoretis yang dapat diuji terdiri atas 4 yaitu distribusi Normal, Log-Normal, Gumbel, dan Log-Pearson 3.
- Aplikasi *Anafrek* hanya melakukan uji terhadap (1) deret tahunan penuh (nir-parsial), baik maksima dan minima, maupun (2) kurva massa sumberdaya air.
- Aplikasi *Anafrek* dikembangkan dalam Microsoft *Visual Basic for Application Excel* (VBA-Excel), karena banyak *built-in function* dalam bidang statistik yang sudah tersedia, antara lain untuk Distribusi Normal dan Chi Kuadrat.
- Dalam aplikasi *Anafrek*, hanya dua distribusi yang dikembangkan khusus yaitu distribusi (1) Gumbel, dan (2) Log-Pearson 3.

# Data yang dibutuhkan *Anafrek*

4. Judul data x

5. Cara urut dan deret x

6. Jumlah grup dan interval kepercayaan

Analisis Frekuensi v3b02.xlsb \* x

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	<b>Keterangan data :</b> Debit Maksimum S. Citarum							
2	<b>Cara urut data :</b>	B	Keterangan: B = urutan besar ke kecil; K = kecil ke besar					
3	<b>Jenis data :</b>	E	Keterangan: E = data ekstrim tahunan; B = bukan data ekstrim tahunan					
4	<b>Data Uji Chi Kuadrat</b>							
5	<b>Jumlah kelas :</b>	8	Keterangan: Jumlah kelas yang dikehendaki untuk uji Chi-Kuadrat					
6	<b>Confidence Interval :</b>	0,05	Keterangan: Derajat Ketidak-percayaan yang diinginkan					
7								
8								
9	<b>Tahun</b>	<b>Debit (m<sup>3</sup>/dt)</b>	<b>Probabilitas Sesuai Urutan</b>					
10	1918	244	99,75%					
11	1919	217	99,50%					
12	1920	285	99,00%					
13	1921	261	98,00%					
14	1922	295	96,00%					
15	1923	252	95,00%					
16	1924	275	90,00%					
17	1925	204	80,00%					
18	1926	208	50,00%					
19	1927	194	20,00%					
20	1928	256	10,00%					
21	1929	207	4,00%					
22	1930	354	5,00%					
23	1931	445	2,00%					
24	1932	350	1,00%					

Statistik Dasar | Smirnov-Kolmogorov | Chi-Kuadrat | Kala Ulang

PROSES

7. Tombol hitung!

Ada 6 sheet utama dan beberapa sheet berisi contoh data

3. Label untuk x

1. Data utama (x)

2. Probabilitas yang diinginkan

# Panduan Aplikasi *Anafrek*

**LANGKAH-LANGKAH PERHITUNGAN ANALISIS FREKUENSI UNTUK BANJIR, KEKERINGAN DAN DEBIT ANDALAN**

1. "**Keterangan data:**" masukkan informasi umum (misalkan lokasi dari data yang diproses).
2. "**Cara urut data:**" masukkan cara urut data yang dikehendaki.  
Keterangan: B = urutan besar ke kecil; K = kecil ke besar  
  
Contoh: Untuk analisis banjir, maka input yang sebaiknya dimasukkan adalah "B," sedangkan Untuk analisis kekeringan maka input yang sebaiknya dimasukkan adalah "K."
3. "**Jenis Data:**" masukkan informasi mengenai jenis data yang diproses.  
Keterangan: E = data ekstrim tahunan; B = bukan data ekstrim tahunan.  
  
Contoh: Untuk analisis banjir maupun debit kekeringan, maka input yang harus dimasukkan adalah "E"
4. "**Jumlah kelas:**" masukkan informasi mengenai jumlah yang dikehendaki untuk uji Chi-Kuadrat.  
Jumlah kelas digunakan untuk menentukan probabilitas teoritis pada masing-masing distribusi.
5. "**Confidence Interval:**" masukkan informasi mengenai jumlah yang dikehendaki untuk uji Chi-Kuadrat.  
Masukkan berapa persen tingkat kesalahan yang dikehendaki dari distribusi teoritis terhadap data lapang (masukkan pada baris 'Confidence Interval'), misalkan menginginkan 95% distribusi teoritis diterima, berarti 5% ditolak, isi pada baris 'Confidence Interval' 0.05.
5. Letakkan banyaknya "kala-ulang" yang dikehendaki pada baris "Probabilitas." Baik "kala-ulang" maupun "probabilitas andalan" semuanya harus diinputkan dalam bentuk prosentase probabilitas.
7. Setelah semua "data masukan" dimasukkan, klik tombol '**PROSES**' untuk memulai perhitungan Analisis Frekuensi.

Sheet "Informasi" berisi manual program  
diantara 6 sheet utama dan beberapa sheet contoh data

# Tahapan Hitungan *Anafrek*

Pada saat tombol “Proses” di-klik, maka aplikasi *Anafrek* akan melakukan secara berurutan:

- Mengurutkan data  $x$  dan  $\ln(x)$  sesuai dengan yang dikehendaki pengguna, menghitung statistika dasar data  $x$  dan menggambar kurvanya.
- Melakukan uji Kolmogorov-Smirnov, dan menyajikan informasi terkait.
- Melakukan uji Chi-Kuadrat, dan menyajikan informasi terkait.
- Menghitung nilai  $X_T$  sesuai dengan probabilitas (dan Kala Ulang,  $T$  dalam tahun) yang diinginkan serta menyajikan informasi terkait.

# Informasi yang dihasilkan Anafrek

## 1. Probabilitas yang diinginkan

Analisis Frekuensi v3b02.xlsb \* x

HITUNGAN KALA ULANG DEBIT MAKSIMUM S. CITARUM

Probabilitas Sesuai Urutan	Kala Ulang T (tahun)	KARAKTERISTIK DEBIT (M3/DT) MENURUT PROBABILITASNYA							
		Normal		Log Normal		Gumbel		Log Pearson III	
		$K_T$	$X_T$	$K_T$	$X_T$	$K_T$	$X_T$	$K_T$	$X_T$
99.75%	1,003	-2,807	7,868	-2,415	41,325	-1,846	89,941	-6,033	5,997
99.50%	1,005	-2,576	27,613	-2,343	47,457	-1,750	98,128	-5,010	11,057
99.00%	1,010	-2,326	48,918	-2,254	55,098	-1,641	107,463	-4,030	19,874
98.00%	1,020	-2,054	72,198	-2,140	64,861	-1,514	118,325	-3,000	34,740
96.00%	1,042	-1,751	98,079	-1,989	77,758	-1,369	131,311	-2,000	58,868
95.00%	1,053	-1,645	107,116	-1,929	82,841	-1,300	136,094	-1,940	69,255
90.00%	1,111	-1,282	138,142	-1,694	102,959	-1,100	153,617	-1,144	111,814
80.00%	2,250	-0,842	175,711	-1,200	133,966	-0,821	177,464	-0,420	172,420
50.00%	5,000	0,000	247,584	-0,000	221,676	-0,164	233,555	0,365	275,813
20.00%	15,000	0,842	319,457	1,000	366,812	0,719	309,024	0,618	320,785
10.00%	10,000	1,282	357,026	2,690	477,281	1,305	358,991	0,639	324,909
4.00%	25,000	1,751	397,090	4,501	631,968	2,044	422,124	0,641	325,365
5.00%	20,000	1,645	388,052	4,047	593,186	1,866	406,920	0,640	325,111
2.00%	50,000	2,054	422,971	5,973	757,629	2,592	468,960	0,656	328,168
1.00%	100,000	2,326	446,250	7,544	891,869	3,137	515,450	0,691	335,190
0.50%	200,000	2,576	467,556	9,226	1,035,470	3,679	561,771	0,751	347,474
0.25%	400,000	2,807	487,300	11,025	1,189,115	4,220	608,008	0,838	365,938
0.20%	500,000	2,878	493,374	11,631	1,240,820	4,395	622,883	0,871	373,366
0.10%	1,000,000	3,090	511,485	13,597	1,408,714	4,936	669,069	0,993	401,685
0.05%	2,000,000	3,291	528,590	15,697	1,588,094	5,476	715,235	1,142	439,171
0.03%	4,000,000	3,481	544,835	17,939	1,779,566	6,017	761,404	1,318	487,879
0.02%	5,000,000	3,540	549,901	18,692	1,843,879	6,191	776,268	1,380	506,377

Catatan:

- $X_T = \text{Rerata} + K_T \cdot \text{SimpanganBaku}$
- Uji Smirnov-Kolmogorov menggunakan nilai Delta Kritis = 0,1940, menghasilkan NORMAL sebagai distribusi terbaik, karena maksimum delta yang terjadi = 0,08919, sedangkan
- Uji Chi Kuadrat menggunakan nilai Chi Kritis = 9,4880, menghasilkan LOG PEARSON III sebagai distribusi terbaik, karena maksimum Chi kuadrat yang terjadi = 6,66667.
- Seluruh formulasi berdasarkan buku Applied Hydrology oleh V.T. Chow et al.
- Untuk DATA EKSTRIM TAHUNAN dan urutan data dari BESAR KE KECIL, kala ulang di atas cocok untuk kala ulang BANJIR.

3. Distribusi Normal

4. Distribusi Log-Normal

5. Distribusi Gumbel

6. Distribusi Log-Pearson

Informasi tambahan jika dibutuhkan

## 2. Kala ulang sesuai probabilitas

# Catatan Kecil *Anafrek*

Aplikasi *Anafrek* memroses data dengan anggapan data hidrologis merupakan deret tahunan penuh (bukan parsial). Untuk deret tahunan parsial, maka hasil *Anafrek* harus dikoreksi sesuai teori.

Karena dua diantara distribusi teoretis yang digunakan menggunakan nilai  $\ln()$ , sehingga data yang diproses harus positif. Jika terdapat data asli  $x$  yang nir-positif, maka disarankan pengguna melakukan penggeseran data asli  $x$ , menjadi data baru  $y = x + a$ , sehingga diperoleh data baru  $y$  yang selalu bernilai positif.