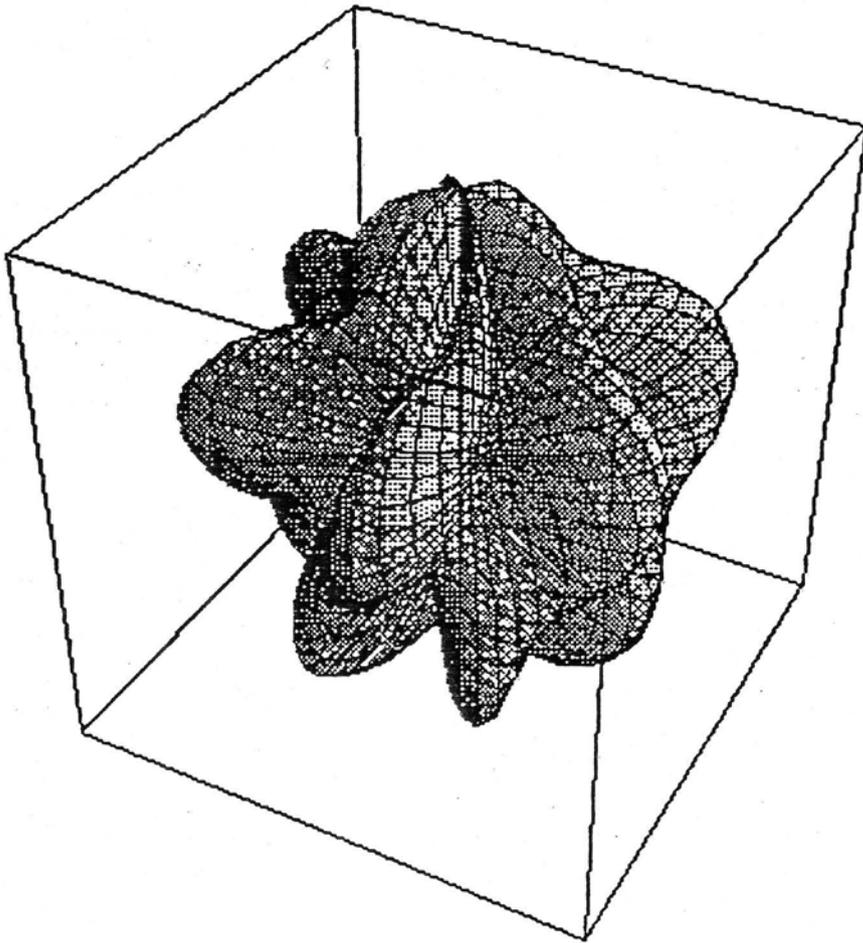


UNIVERSITAS GADJAH MADA  
PUSAT ANTAR UNIVERSITAS  
ILMU TEKNIK

ANGKUTAN LIMBAH



Oleh:  
Ir. Djoko Luknanto, M.Sc., Ph.D.

Juni 1992

## DAFTAR ISI

	halaman
DAFTAR ISI.....	2
PENGANTAR.....	4
PENDAHULUAN.....	5
Macam-macam limbah.....	5
Hidrolika lingkungan.....	7
Proses angkutan hidrologis.....	7
Strategi dan pendekatan untuk penyelesaian masalah.....	8
Strategi.....	9
Pendekatan.....	10
Definisi dan konsep dasar.....	11
Konsentrasi.....	11
Konsentrasi rerata terhadap waktu.....	11
Konsentrasi rerata terhadap ruang.....	12
Rerata debit limbah.....	12
Pengenceran.....	13
Profil kecepatan pada aliran geser turbulen.....	14
DIFUSI FICKIAN.....	17
Hukum Fick mengenai difusi.....	17
Difusi teradveksi.....	22
Difusi turbulen.....	23
Dispersi dalam aliran geser.....	24
ANGKUTAN LIMBAH DI SUNGAI.....	27
Pencampuran turbulen di sungai.....	28
Saluran ideal.....	28

Pencampuran pada sungai alami atau saluran tak seragam .....	28
Hitungan agihan/distribusi konsentrasi lintang dan memanjang .....	29
Dispersi memanjang sungai.....	35
Dispersi pada sungai alam.....	36
Prakiraan dan penggunaan koefisien dispersi pada sungai alami.....	37
<b>TEKNIK NUMERIS DALAM ANGKUTAN LIMBAH.....</b>	<b>41</b>
Pendahuluan diskritisasi .....	42
Skema Holly-Preissmann .....	43
Metoda sapuan-ganda.....	45
Pemrograman komputer dan latihannya.....	46
<b>LATIHAN SIMULASI DENGAN MODEL NUMERIK.....</b>	<b>49</b>
Data Model.....	49
Kasus 1 .....	49
Kasus 2 .....	50
Kasus 3 .....	51
<b>CARA MEMAKAI MODEL NUMERIK ADVEKSI-DIFUSI .....</b>	<b>53</b>
Cara Eksekusi Program.....	53
Struktur Data Masukan .....	53
Struktur Data Keluaran.....	55
<b>CONTOH MASUKAN DAN KELUARAN.....</b>	<b>56</b>
Data Masukan .....	56
Data Keluaran.....	57
<b>PROGRAM ADVEKSI-DIFUSI.....</b>	<b>62</b>
<b>DAFTAR PUSTAKA.....</b>	<b>70</b>

## PENGANTAR

Bahan pelatihan tentang angkutan limbah ini dimaksudkan untuk memberikan pengertian dasar mengenai proses pencampuran dan angkutan limbah atau bahan terlarut dalam suatu badan air alami. Hukum fisika dasar dan persamaan dasar dari angkutan limbah dijelaskan, kemudian diikuti penjelasan mengenai proses angkutan limbah di sungai alami. Contoh-contoh hitungan praktis yang dijumpai di sungai diberikan.

Pada bab terakhir dijelaskan teknik numerik untuk menyelesaikan persamaan dasar angkutan limbah. Pada akhir dari bab ini para peserta pelatihan diberikan suatu program komputer yang sederhana untuk menghitung angkutan limbah. Dengan program ini diharapkan peserta latihan lebih menghayati apa yang telah dijelaskan pada bagian depan, karena para peserta dapat melakukan sendiri hitungan angkutan limbah dengan menggunakan komputer.

Perlu diketahui bahwa di negara maju, kuliah mengenai angkutan limbah sendiri diberikan selama satu semester yang lamanya enam bulan, sedangkan teknik numeriknya sendiri diajarkan dalam satu semester pula. Oleh karena itu dalam pelatihan ini, yang waktunya kurang dari dua semester, para peserta hanya akan dikenalkan pada prinsip-prinsip dasar angkutan limbah. Walaupun demikian penyusun ~~mengusahakan~~ <sup>berusaha</sup> agar pengenalan ini tetap berguna dalam menangani permasalahan angkutan limbah di lapangan.

Bab-bab yang dibahas dalam pelatihan ini (kecuali teknik numerik) disarikan secara bebas dari buku 'MIXING in Inland and Coastal Waters,' oleh Hugo B. Fischer, E. John List, Robert C.Y. Koh, Jörg Imberger, dan Norman H. Brooks, Academic Press, Inc., Orlando, Florida 32887, U.S.A., 1979.

Kepada semua pihak yang telah membantu terselenggaranya pelatihan ini diucapkan terima kasih.

*Yogyakarta, April 1992*

Penyusun

## PENDAHULUAN

Dengan semakin majunya peradaban manusia, maka kualitas kehidupan manusia beserta flora dan faunanya semakin meningkat. Tuntutan kualitas kehidupan yang meningkat tersebut secara langsung maupun tidak langsung dapat mengakibatkan pencemaran terhadap sumber-sumber alam; termasuk didalamnya adalah air. Oleh karena itu dibutuhkan suatu manajemen untuk menangani kepentingan yang berbeda (berlawanan) tersebut di atas. Pada kasus penyediaan air kebutuhan manusia beserta flora dan faunanya diperlukan sejumlah air yang memadai dengan kualitas sesuai dengan yang dikehendaki. Sekarang, manusia tidaklah cukup hanya membicarakan 'jumlah' air tanpa mempersoalkan 'kualitas'nya.

Dalam beberapa tahun terakhir, insinyur hidraulika sering diminta untuk menganalisis dan memperkirakan pencampuran limbah yang terjadi pada badan air. Banyak limbah yang masuk ke siklus hidrologi secara sengaja maupun tidak; kualitas air disebelah hilir tergantung dari hidrodinamika dari angkutan maupun pencampuran, sifat kimiawi dan biologis dari sistem badan air alami. Tujuan dari pembahasan ini adalah membicarakan aspek hidraulika dari manajemen kualitas air pada badan air alami.

### Macam-macam limbah

Jika suatu badan air akan kita gunakan sebagai tempat pembuangan limbah, maka perlu diperhatikan betul-betul jenis dari limbah tersebut. Di bawah ini disajikan jenis limbah diurutkan dari yang kurang berbahaya ke yang sangat merusak.

(1) Garam anorganik alami dan sedimen. Bahan-bahan ini biasanya tidak beracun dan hanya akan menjadi bagian dari limbah kalau jumlahnya besar sekali, seperti bertambahnya kekeruhan suatu badan air karena buangan suatu hasil pengerukan.

(2) Limbah panas. Pusat listrik kadang-kadang menggunakan air sebagai sarana untuk menurunkan dan membawa limbah panas dengan suhu rendah. Jika badan air yang digunakan

cukup besar, maka badan air tersebut dapat berfungsi sebagai tandon bahan pendingin yang tidak berbahaya bagi lingkungan. Tetapi jika badan air tersebut tidak besar sehingga menyebabkan kenaikan suhu badan air tersebut, maka pada tingkat tertentu suhu tersebut akan mengganggu ekologi pada badan air tersebut.

(3) Limbah organik. Limbah domestik yang mengandung bahan ekosistem (seperti karbon, nitrogen, dan fosfor) dapat menyebabkan bau amis dan rasa tidak nyaman. Limbah ini, jika diolah secara tepat dan diencerkan, akan aman jika dibuang ke badan air yang cukup besar.

(4) Limbah logam berbahaya. Logam seperti merkuri, timbal, dan cadmium yang secara alami ada dalam lingkungan sekitar kita dalam jumlah yang kecil, tetapi limbah logam di atas hasil dari perbuatan manusia biasanya mempunyai konsentrasi yang lebih besar sehingga dapat menimbulkan keracunan.

(5) Bahan kimia organik sintetis. Bahan-bahan ini sangat lambat penguraiannya pada lingkungan alami dan sering terakumulasi secara biologis dalam rantai makanan. Meskipun limbahnya mungkin mengalami pengenceran yang sangat besar pada awalnya, rantai makanan, pada keadaan tertentu, dapat menaikkan konsentrasi  $10^5$  kali lipat karena adanya rantai makanan. Sangat mencengangkan bagaimana proses biologi dapat mengakibatkan kebalikan dari proses fisik dari pencampuran turbulen yang mengurangi konsentrasi dari bahan-bahan ini.

(6) Bahan radioaktif. Kebutuhan akan tempat penyimpanan jangka panjang untuk limbah radioaktif yang tidak boleh membocori air alami mengharuskan perhatian yang khusus karena sifat racunnya yang sangat tinggi.

(7) Alat perang kimia dan biologis. Jelas bahwa limbah jenis ini sama sekali tidak boleh dibuang ke lingkungan alami karena sangat beracun sekali walaupun dalam dosis kecil.

Dengan sangat bervariasinya jenis limbah seperti tersebut di atas, maka para pembuat

kebijakan lingkungan hidup HARUS selalu meninjau limbah apa yang akan dibuang! Sebagai contoh kebijakan umum bahwa 'pengenceran adalah solusi dari pencemaran' hanya cocok untuk limbah panas dan limbah organik alami yang harus diassimilasikan kedalam ekosistem global. Limbah logam berbahaya dalam jumlah kecil dan senyawa tak beracun dapat dibuang kedalam badan air yang besar jika kenaikan konsentrasi yang diakibatkan minimal. Tetapi strategi penanganan limbah dengan penyimpanan atau pencegahan keluarnya limbah ke lingkungan adalah yang paling dianjurkan untuk bahan kimia organik yang persisten maupun logam-logam yang berbahaya.

### Hidrolika lingkungan

Dalam membahas aspek lingkungan pada pekerjaan-pekerjaan hidraulika memerlukan pembahasan yang lebih dari bahan yang digunakan pada hidraulika yang biasa. Pokok bahasan yang disarankan dicantumkan pada paragraf berikut.

#### Proses angkutan hidrologis

Bab ini membahas proses fisik aliran dari air dalam badan air alami yang dapat menyebabkan limbah atau bahan alami terangkut dan tercampur, atau bertukar dengan media yang lain. Proses ini sama dengan 'transport processes' yang dipakai dalam bidang kimia, perbedaannya adalah disini diaplikasikan kepada sebuah badan air alami bukan suatu unit pemroses buatan. Yang termasuk proses angkutan hidrologis adalah:

*Adveksi.* Angkutan yang disebabkan oleh suatu arus aliran, seperti yang terjadi <sup>pada</sup> dalam sungai atau pantai.

*Konveksi.* Angkutan vertikal yang ditimbulkan oleh ketidak-stabilan hidrostatis, seperti aliran yang melalui pelat yang dipanaskan, atau aliran di bawah air permukaan yang dingin sekali pada sebuah danau.

*Difusi (molekuler).* Gerakan dari partikel yang disebabkan oleh gerak acak dari molekul

yang biasa dinyatakan dengan hukum Fick dan persamaan difusi biasa.

*Difusi (turbulen).* Gerak acak dari suatu partikel akibat gerak turbulen, biasanya secara garis besar dianggap sejalan dengan difusi molekuler tetapi dengan koefisien difusi “eddy” (yang nilainya jauh lebih besar dibandingkan koefisien difusi molekuler).

*Geser.* Adveksi dari suatu fluida yang berbeda kecepatan pada posisi yang berlainan, seperti profil kecepatan aliran turbulen, dimana kecepatan makin besar jika posisinya makin jauh dari dinding saluran.

*Dispersi.* Gerakan partikel atau sejumlah limbah karena kombinasi dari geser dan difusi melintang.

*Pencampuran.* Difusi atau dispersi seperti di atas; segala proses yang menyebabkan suatu bungkus fluida bercampur aduk dengan yang lain.

### Strategi dan pendekatan untuk penyelesaian masalah

Dalam menangani suatu masalah pencampuran pada badan air alami, peneliti harus mempunyai strategi yang menyeluruh untuk kemudian dibagi menjadi beberapa bagian (submodel). Dengan menggunakan pendekatan yang logis, maka peneliti menentukan kombinasi apa yang harus dipakai agar mendapatkan prakiraan yang terbaik. Pendekatan-pendekatan yang biasanya dilakukan a.l. model numeris, model fisik maupun penyelidikan di lapangan.

Tidak ada jalan “TERBAIK” untuk semua masalah – banyak pertimbangan yang harus dimasukkan. Sebagai contoh, mana yang lebih dapat dipercaya untuk memprakirakan pola distribusi temperatur sekitar tempat pembuangan air panas: apakah model komputer ataukah fisik? Pemilihan di atas kadang-kadang nilainya mencapai ratusan juta rupiah. Misalkan suatu badan pemerintah menggunakan model komputer (yang mereka percaya merupakan pilihan terbaik) dan ternyata hasil model menunjukkan bahwa akan terjadi kenaikan suhu air di atas

suhu yang diijinkan, <sup>a</sup> Akibatnya badan pemerintah tersebut harus menolak ijin operasinya. Dilain pihak, perusahaan utilitas mungkin mengatakan bahwa ternyata penggunaan model fisik menunjukkan bahwa suhu yang terjadi masih di bawah yang diijinkan. Perusahaan utilitas mungkin menganggap bahwa model fisik lebih andal karena bisa menghasilkan aliran air tiga dimensi yang kompleks. Dilain pihak pemodel matematis mungkin menunjukkan bahwa mereka dapat memasukkan faktor-faktor meteorologis (angin, pendinginan permukaan), dan dapat menghindari kesalahan skala yang tidak terhindarkan pada model fisik dimana pengaruh kekentalan cairan relatif sangat besar.

Dari contoh di atas tampak bahwa pendekatan model yang terbaik adalah yang menggunakan kedua model di atas, dimana masing-masing peneliti bekerja pada bagian-bagian yang berbeda dari masalah yang dihadapi dengan menggunakan cara yang terbaik. Jika ditemui suatu keraguan, maka kedua atau lebih pendekatan tersebut membantu mengisolasi ketidak pastian terhadap hasil. Akhirnya adalah paling tidak bijaksana untuk generalisasi bahwa suatu pendekatan selalu yang terbaik.

### Strategi

Langkah pertama yang paling penting dalam penyelesaian suatu masalah adalah mengetahui secara pasti apa yang menjadi pertanyaan dari permasalahan tersebut! Sebagai contoh, apakah kita akan memprakirakan konsentrasi sesaat maksimum suatu buangan limbah ataukah rerata bulanan dari perubahan konsentrasi pada suatu luasan tertentu. Pertanyaan pertama mungkin sangat penting untuk mengetahui efeknya terhadap keracunan akut, sedangkan yang kedua mungkin berpengaruh pada efek perubahan ekologis dan klimatologis jangka panjang. Bahkan jika jawaban dari kedua masalah di atas, pencampuran jangka pendek dan panjang, ingin diketahui, maka model yang berbeda harus digunakan.

Pada skala panjang dan waktu yang berbeda, proses yang berbeda menjadi penting.

Tabel 1.1 memberikan contoh dari perjalanan, berdasarkan skala panjang dan waktu, suatu limbah/bahan terlarut yang dibuang kelaut melalui pipa di bawah muka air. Tingkat kepentingan berbagai jenis limbah menjadi berbeda tergantung dari skala waktunya. Peracunan dari ammonia mungkin terjadi hanya dalam waktu singkat  $< 10^4$  detik, dan BOD (biochemical oxygen demand) menjadi penting jika skala waktunya  $< 10^6$  detik, sedangkan peracunan kronis dari limbah-limbah yang persisten dapat  $> 10^8$  detik ( $\sim 3$  tahun).

Tabel 1.1.  
Aliran bahan terlarut dari sebuah outlet buangan limbah melalui beberapa proses fisika dari skala kecil ke besar

Fase	Fenomena	Skala panjang (m)	Skala waktu (detik)
(1)	'Initial jet mixing' (naiknya 'bouyant jet' yang berasal outlet difuser dalam cairan yang berstrata)	$< 10^2$	$< 10^3$
(2)	Pembentukan awan limbah, bergerak dengan kecepatan rerata aliran, penyebaran lateral karena gaya gravitasi	$10^1 - 10^3$	$10^2 - 10^3$
(3)	'Lateral difusi alami' dan/atau dispersi	$10^2 - 10^4$	$10^3 - 10^5$
(4)	'Adveksi' oleh aliran (skala gerak air terlalu besar dibandingkan buangan limbah)	$10^3 - 10^5$	$10^3 - 10^6$
(5)	'Flushing' berskala besar (adveksi terintegrasi dalam beberapa siklus pasang-surut)	$10^4 - 10^6$	$10^6 - 10^8$

Disarikan dari buku MIXING in Inland and Coastal Waters oleh Hugo B. Fischer, dkk

### Pendekatan

Yang dimaksud dengan pendekatan adalah jenis dari alat bantu penyelesaian masalah yang dipakai pada bagian atau keseluruhan masalah yang dihadapi. Pendekatan tersebut a.l.

dapat berupa analisis 'order of magnitude,' model matematik, model fisik, dan penyelidikan lapangan.

### Definisi dan konsep dasar

Beberapa definisi dan konsep akan dijelaskan dalam bab ini agar diperoleh pengertian yang jelas.

#### Konsentrasi

Jika  $C$  adalah konsentrasi dalam unit satuan massa limbah atau polutan per unit volume, maka definisinya pada titik/lokasi tertentu dan waktu tertentu adalah

$$C = \lim_{\Delta v \rightarrow 0} \frac{\Delta M}{\Delta V} \quad (I.1)$$

dimana  $\Delta M$  adalah massa dari limbah di dalam volume kontrol  $\Delta V$ . Dalam pengambilan limit, di lapangan tidak mungkin diambil  $\Delta V$  mendekati nilai nol, tetapi harus dihentikan pada suatu volume yang masih lebih besar dibanding dengan besarnya molekul atau partikel yang mengandung  $\Delta M$  tersebut. Tetapi ukuran dari  $(\Delta V)^{1/3}$ , tetap harus cukup kecil sehingga gradien konsentrasi menerus dapat didefinisikan dan dipakai didalam persamaan diferensial.

Beberapa jenis konsentrasi rerata yang sering dijumpai dalam angkutan limbah:

#### Konsentrasi rerata terhadap waktu

Rerata jenis ini masih menghasilkan konsentrasi yang tergantung dari letak/posisi, waktu rerata  $T$ , dan waktu awal  $t_0$ .

$$\bar{C}_t(x, y, z, t_0) = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0 + T} C(x, y, z, t) dt \quad (I.2)$$

Konsentrasi rerata terhadap ruang

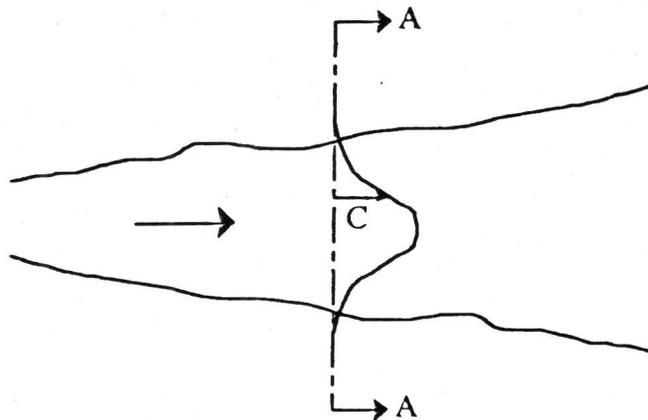
$$\bar{C}_V(x_0, y_0, z_0, t) = \frac{1}{V} \iiint_V C(x, y, z, t) dV \quad (1.3)$$

Rerata jenis ini biasanya relatif kecil, seperti rerata pada sebotol sampel, dengan koordinat  $(x_0, y_0, z_0)$  yang menunjukkan lokasi dari titik pusat  $V$ .

Rerata debit limbah. Untuk sejumlah limbah yang melalui sebuah tampang lintang AA (lihat Gambar 1.1), debit rerata limbah didefinisikan sebagai

Debit massa limbah yang melalui AA =  $C_f$  (debit air melalui AA)

$$\int_A C u dA = \bar{C}_f \int_A u dA = \bar{C}_f Q \quad \text{atau} \quad \bar{C}_f(t) = \frac{\int_A C u dA}{Q} \quad (1.4)$$



Gambar 1.2. Skets dari tampang lintang suatu limbah

Luas integrasi A adalah luas daerah yang tercemar oleh limbah dengan batas-batasnya dianggap terjadi pada suatu konsentrasi batas. Secara umum, debit rerata limbah adalah suatu nilai rerata C yang harus dikalikan dengan debit air untuk mendapatkan nilai debit limbah total. Debit rerata limbah dapat dipikirkan sebagai rerata ruang dimana V adalah volume limbah cair yang melalui suatu tampang lintang pada satu unit waktu.

### Pengenceran

Pengenceran biasanya didefinisikan sebagai

$$S = \frac{\text{volum total dari sebuah sampel}}{\text{volum bahan terlarut dalam sampel}} \quad (1.5)$$

Kebalikan dari S adalah sama dengan bagian bahan terlarut dalam suatu sampel, yang disimbolkan dengan p.

$$p = \frac{1}{S} = \text{bagian volume bahan terlarut} = \text{konsentrasi relatif} \quad (1.6)$$

Istilah konsentrasi relatif digunakan untuk menunjukkan bahwa  $p = 1$  untuk bahan terlarut yang tak ~~terdilusi~~ *diencerkan* ( $S = 1$ ) dan  $p = 0$  untuk air ambien murni ( $S = \infty$ ). Diantara nilai tersebut, campuran terdiri dari p bagian dari bahan terlarut dan  $(1-p)$  bagian dari air ambien.

Pada model hidrodinamik biasanya dipakai ~~relatif konsentrasi~~ *relatif konsentrasi*,  $C_s$ , dan untuk alasan ekologis semuanya dikorelasikan terhadap konsentrasi suatu jenis limbah X. Sekarang didefinisikan

$C_s$  = konsentrasi limbah X yang semula sudah terdapat pada air ambien

dan

$C_d$  = konsentrasi limbah X dalam debit ~~bahan terlarut~~ *yang masuk ke dalam air ambien*

sehingga didapat korelasi sebagai berikut:

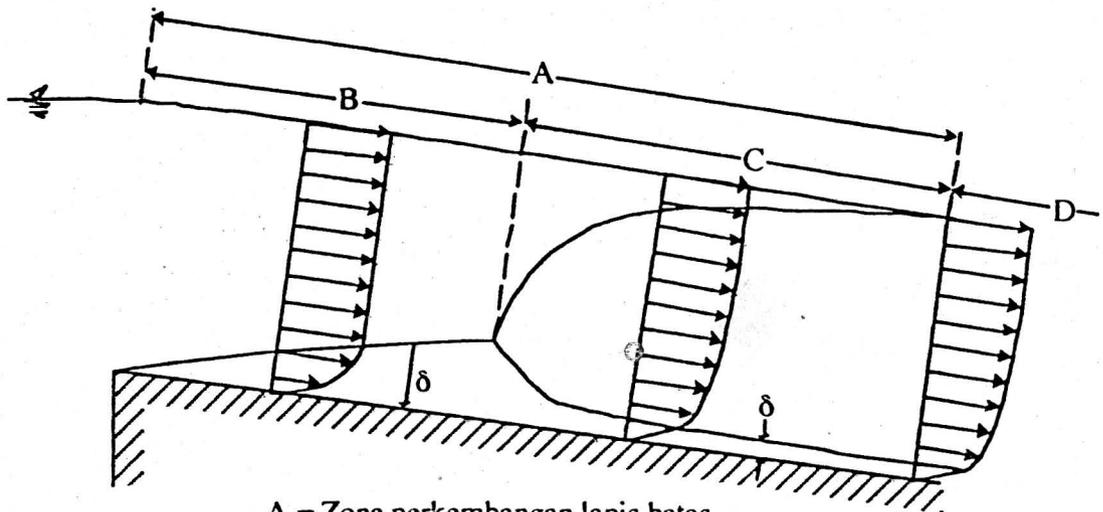
$$S = \frac{C_d - C_s}{C - C_s} \text{ atau } p = \frac{C - C_s}{C_d - C_s} \quad (1.7)$$

$$C = C_s + \frac{1}{S}(C_d - C_s) = C_s + p(C_d - C_s) \quad (1.8)$$

Jadi dapat dikatakan bahwa tambahan konsentrasi di atas nilai konsentrasi semula tereduksi oleh pengenceran dengan faktor S (atau dikalikan oleh faktor p) dari titik tempat limbah dibuang ke titik tempat pengukuran konsentrasi C.

### Profil kecepatan pada aliran geser turbulen

Untuk aliran geser turbulen dalam pipa panjang maupun saluran terbuka dengan tampang lintang tetap (alirannya seragam), lapisan batas sudah berkembang penuh, dan pola aliran sudah terbentuk serta tidak tergantung dari jarak sepanjang pipa maupun saluran.



- A = Zona perkembangan lapis batas
- B = Zona perkembangan lapis batas laminar
- C = Zona perkembangan lapis batas turbulen
- D = Zona perkembangan penuh lapis batas
- $\delta$  = lapisan batas

Gambar 1.3. Perkembangan profil kecepatan dan lapisan batas

Setelah lapisan batas berkembang sempurna, maka profil kecepatan mempunyai karakteristik: kecepatan yang terkecil adalah yang dekat dinding dan yang terbesar adalah yang terjauh dari dinding. Tegangan geser yang terjadi di dinding diimbangi oleh gaya penggerak air yaitu selisih tekanan dan gaya berat.

Tegangan geser dinding merata,  $\tau_0$ , dapat dikorelasikan dengan kecepatan rerata suatu aliran,  $\bar{u}$ , sebagai:

$$\tau_0 = \frac{1}{8} f \rho \bar{u} \quad (1.9)$$

dimana  $f$  adalah koefisien gesek Darcy-Weisbach. Untuk kepentingan hitungan hidraulika selanjutnya, maka didefinisikan kecepatan geser,  $u^*$ , sebagai berikut:

$$u^* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \quad (1.10)$$

yang mempunyai satuan sama dengan satuan kecepatan. Jadi Pers.(1.9) menjadi

$$\frac{u^*}{\bar{u}} = \sqrt{\frac{f}{8}} \quad (1.11)$$

Untuk pipa bulat, nilai  $f$  dapat dilihat dari grafik Moody, yang tergantung dari nilai bilangan Reynold dan kekasaran relatif pipa. Untuk saluran terbuka yang sangat lebar maupun bentuk-bentuk saluran simetris, grafik Moody masih dapat digunakan dengan mengganti nilai diameter pipa,  $D$ , dengan  $4r_h$  ( $r_h$  adalah radius hidraulik)

Tegangan geser dinding merata,  $\tau_0$ , dapat pula diperoleh langsung dari penjabaran kesetimbangan gaya sehingga didapat rumus:

$$\tau_0 = \rho g r_h S \quad (1.12)$$

atau

$$u^* = \sqrt{g r_h S} \quad (1.13)$$

dimana  $g$  adalah percepatan gravitasi dan  $S$  adalah kemiringan garis energi atau kemiringan dasar saluran jika alirannya seragam.

## DIFUSI FICKIAN

### Hukum Fick mengenai difusi

Seperti proses fisika lainnya, pengamatan mengantarkan manusia pada suatu deskripsi empirik yang diikuti oleh penjelasan fisika mengenai kesahihannya. Contoh klasik adalah hukum Fourier mengenai aliran panas (1822). Untuk peristiwa difusi, Adolph Fick, seorang ahli fisika Jerman, mengambil analogi dengan hukum Fourier di atas, menyatakan bahwa

*pada arah tertentu, massa dari suatu bahan terlarut yang melewati suatu luasan tertentu tiap unit waktu adalah sebanding dengan gradien konsentrasi bahan terlarut pada arah tersebut.*

Untuk proses difusi satu dimensi, hukum Fick dapat dinyatakan dalam rumus matematis sebagai berikut:

$$q = -D \frac{\partial C}{\partial x} \quad (2.1)$$

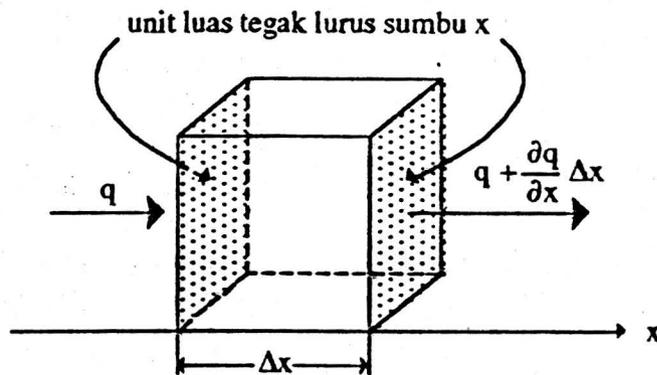
dimana  $q$  adalah fluks massa bahan terlarut,  $C$  konsentrasi bahan terlarut,  $D$  koefisien proporsionalitas, tanda minus menunjukkan bahwa bahan terlarut terangkut dari tempat yang berkonsentrasi tinggi ke tempat yang berkonsentrasi rendah.  $D$  mempunyai satuan (panjang)<sup>2</sup>/waktu dan disebut koefisien difusi atau difusi molekuler.

Hukum Fick adalah suatu pernyataan yang mengkorelasikan fluks suatu massa dengan gradien konsentrasi. Sekarang akan dijabarkan suatu hukum konservasi massa untuk mendapatkan korelasi/persamaan yang kedua yang berlaku untuk semua jenis proses angkutan. Kombinasi antara hukum Fick dan konservasi massa akan menghasilkan suatu persamaan yang mendiskripsikan proses difusi.

Gambar 2.1 menggambarkan proses angkutan satu dimensi dimana suatu massa

terangkut pada arah  $x$ . Digambar dua bidang sejajar dengan satu unit luasan yang tegak lurus sumbu  $x$  dan terpisah dengan jarak  $\Delta x$ .  $C(x,t)$  adalah massa per unit volume pada titik  $x$  dan waktu  $t$ . Jadi didalam volume kontrol terdapat massa sebesar  $C(x,t) \Delta x$ . Karena molekul bahan terlarut masuk dan keluar dari volume kontrol tersebut, maka laju perubahan massanya adalah

$$\frac{\partial(C\Delta x)}{\partial t} = \frac{\partial C}{\partial t} \Delta x \quad (2.2)$$



Gambar 2.1 Volume kontrol dalam angkutan limbah

Laju perubahan ini harus sama dengan perbedaan fluks yang masuk dan keluar volume kontrol. Jika fluks massa melalui unit luasan pada titik  $x$  adalah  $q(x,t)$ , maka fluks massa tiap unit luasan pada titik  $x + \Delta x$  adalah  $q(x,t) + \frac{\partial q(x,t)}{\partial x} \Delta x$ , sehingga perbedaan antara keduanya adalah  $\frac{\partial q(x,t)}{\partial x} \Delta x$ . Perbedaan ini harus sama dengan laju perubahan massa dalam volume kontrol, sehingga memberikan persamaan kontinuitas massa sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{\partial q}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial C}{\partial t} \Delta x &= 0 \\ \frac{\partial C}{\partial t} &= -\frac{\partial q}{\partial x} \end{aligned} \quad (2.3)$$

Sedangkan untuk proses difusi molekuler berlaku hukum Fick, Pers.(2.1), sehingga jika

disubstitusikan kedalam Pers.(2.3) menjadi

$$\begin{aligned}\frac{\partial C}{\partial t} &= -\frac{\partial}{\partial x} \left( -D \frac{\partial C}{\partial x} \right) \\ \frac{\partial C}{\partial t} &= D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}\end{aligned}\quad (2.4)$$

Jika dikembangkan ke dua-dimensi Pers.(2.4) menjadi

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \quad (2.5a)$$

dan untuk yang tiga-dimensi Pers.(2.4) menjadi

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + D_z \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \quad (2.5b)$$

Untuk satu-dimensi, Pers. (2.4) mempunyai penyelesaian analitis sebagai berikut:

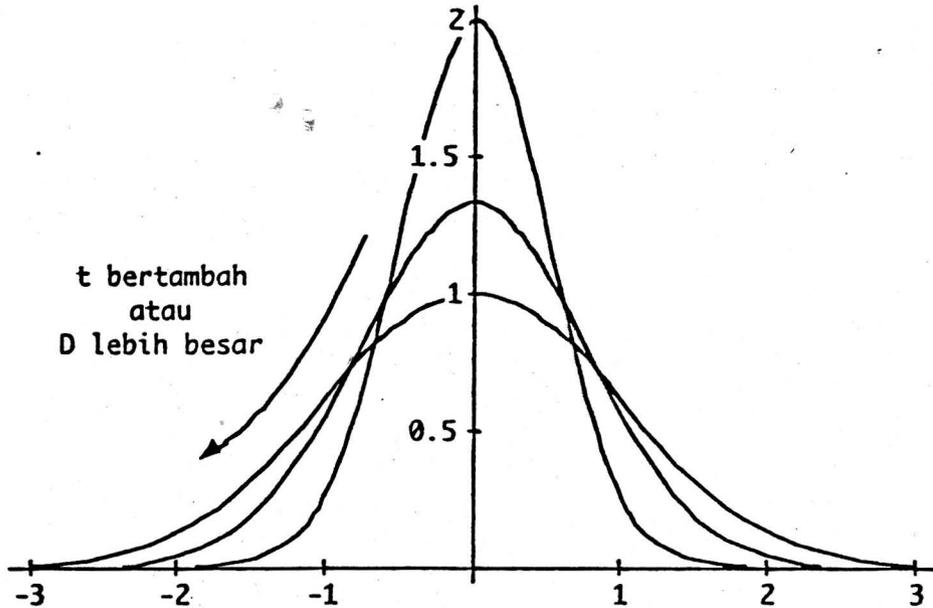
$$C(x,t) = \frac{M}{\sqrt{4\pi Dt}} \exp\left(-\frac{x^2}{4Dt}\right) \quad (2.6a)$$

dimana M adalah massa limbah pada waktu  $t_0$  dan  $x=0$ . Pers.(2.6a) adalah merupakan persamaan distribusi normal, seperti disajikan pada Gambar 2.2.

Untuk dua-dimensi, Pers. (2.5a) mempunyai penyelesaian analitis sebagai berikut:

$$C(x,y,t) = \frac{M}{4\pi t \sqrt{D_x D_y}} \exp\left(-\frac{x^2}{4D_x t} - \frac{y^2}{4D_y t}\right) \quad (2.6b)$$

dimana  $D_x$  dan  $D_y$  adalah koefisien difusi arah x dan y. Pers. (2.6b) jika diplot akan memberikan hasil seperti yang disajikan pada Gambar 2.3.

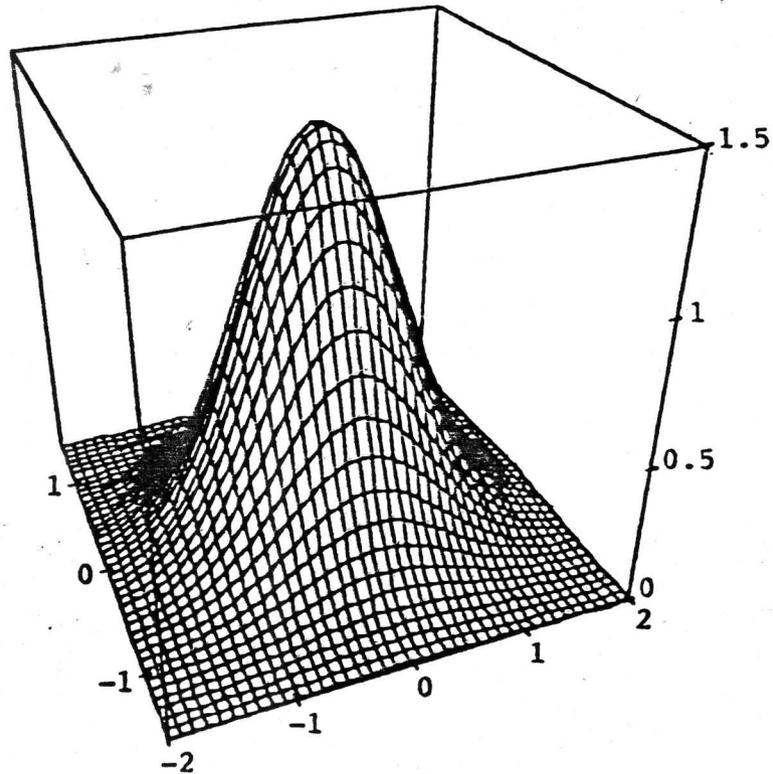


Gambar 2.2. Penyelesaian analitis persamaan difusi, Pers.(2.4)

Persamaan analitis yang disajikan di atas berlaku apabila proses difusi berlangsung pada daerah yang luas sekali tanpa batas. Pada keadaan di lapangan, hal ini mungkin dapat terjadi pada proses difusi yang terjadi pada sungai yang panjang sekali ataupun pada laut lepas. Penyelesaian analitis pada daerah tanpa batas ini dipakai pula sebagai penyelesaian dasar dari daerah-daerah dengan batas.

Sebagai ilustrasi misalkan, dalam sistem satu dimensi, suatu bahan terlarut pada suatu daerah yang dibatasi oleh dinding pembatas pada satu sisinya, distribusi konsentrasinya dapat dihitung dengan pertolongan metoda bayangan kaca dengan menggunakan penyelesaian analitis di atas. Misalkan dindingnya terletak pada  $x = -L$  dari pusat bahan terlarut tersebut, maka penyelesaiannya adalah dengan menggabungkan penyelesaian analitis di atas pada  $x = 0$  untuk sumber asli dan  $x = -2L$  untuk sumber bayangan sehingga didapat

$$C(x,t) = \frac{M}{\sqrt{4\pi Dt}} \left[ \exp\left(-\frac{x^2}{4Dt}\right) + \exp\left(-\frac{(x+2L)^2}{4Dt}\right) \right] \quad (2.7)$$



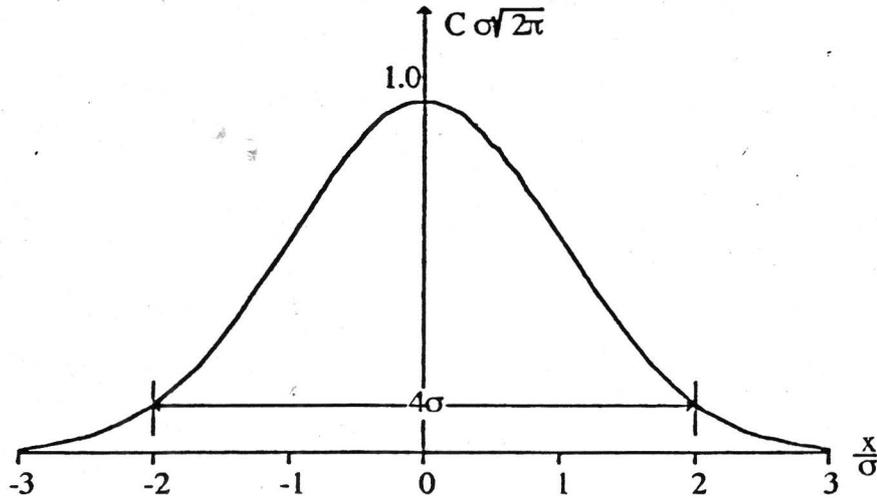
Gambar 2.3. Penyelesaian analitis persamaan difusi, Pers.(2.5a)

Untuk memudahkan beberapa pengertian yang dapat dipakai pada perhitungan praktis di lapangan, maka Pers.(2.6a) akan dirubah kebentuk sebagai berikut

$$C = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp - \frac{x^2}{2\sigma^2} \quad (2.8)$$

dimana  $\sigma = \sqrt{2Dt}$  dan nilai M diambil sama dengan 1. Gambar 2.4 menunjukkan profil distribusi normal Pers.(2.8).

Dari Gambar 2.2 tampak bahwa  $4\sigma = 4\sqrt{2Dt}$  dapat dipakai sebagai salah satu ukuran praktis dari lebar sebaran bahan terlarut, karena 95% dari massa bahan terlarut total berada pada interval tersebut. Sifat tambahan yang lain yang penting adalah



Gambar 2.4 Distribusi normal dari suatu konsentrasi bahan terlarut

$$\frac{d\sigma^2}{dt} = 2D \quad (2.9)$$

Sebagai konsekuensi dari Pers.(2.9), kita dapat menghitung lebar sebaran bahan terlarut beberapa waktu kemudian, jika diketahui lebar sebaran pada waktu sebelumnya. Jika pada waktu  $t_1$  lebar sebaran bahan terlarut dinyatakan dalam  $\sigma_1^2$ , maka pada waktu yang akan datang  $t_2$  lebar sebarannya dapat dihitung dengan persamaan:

$$\sigma_2^2 = \sigma_1^2 + 2D (t_2 - t_1) \quad (2.10)$$

dimana  $D$  dianggap tetap nilainya selama waktu  $t_1$  ke  $t_2$ .

#### Difusi teradveksi

Pada bab terdahulu yang dibahas adalah proses difusi dalam cairan/air yang diam/tidak bergerak, sekarang akan dibahas proses difusi dalam cairan yang bergerak dengan kecepatan

u. Dalam pembahasan difusi dalam cairan yang mengalir ini diasumsikan bahwa proses difusi dan adveksi adalah proses terpisah dan dapat digabungkan. Hal ini berarti ada anggapan bahwa proses difusi dalam cairan yang mengalir dianggap sama dengan proses difusi dalam cairan diam. Dalam bab ini, dibahas proses difusi molekuler dalam aliran laminar, sehingga koefisien difusi kesegala arah sama nilainya.

Total massa bahan terlarut teradveksi yang melalui volume kontrol seperti disajikan dalam Gambar 2.1, dapat dinyatakan dalam persamaan sebagai berikut:

$$q = u C + \left( - D \frac{\partial C}{\partial x} \right) \quad (2.11) \quad 13$$

dimana  $q$  adalah total fluks massa,  $u$  adalah kecepatan aliran,  $C$  adalah konsentrasi,  $D$  adalah koefisien difusi dan  $x$  adalah jarak. Pada ruas kanan dari Pers.(2.11), suku pertama,  $u C$ , adalah merupakan fluks massa karena proses adveksi, sedangkan suku kedua,  $\left( - D \frac{\partial C}{\partial x} \right)$ , adalah merupakan fluks massa karena proses difusi. Persamaan kontinuitas, Pers.(2.3), menjadi

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial(uC)}{\partial x} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad (2.12) \quad 14$$

#### Difusi turbulen

Aliran laminar jarang dijumpai di lapangan, tetapi biasanya aliran turbulen yang banyak sekali ditemukan di lapangan. Didalam proses difusi didalam aliran turbulen, dapat dianalogikan dengan proses difusi dalam aliran laminar. Perbedaannya adalah pada nilai koefisien difusinya; nilai koefisien difusi turbulen biasanya lebih besar dibanding nilai koefisien difusi molekuler. Perbedaan ini disebabkan karena profil kecepatan sesaat pada aliran turbulen berbeda sekali dengan kecepatan aliran sesaat aliran laminar. Koefisien difusi turbulen diberi notasi  $\epsilon$ . G.I. Taylor menganalisa proses difusi turbulen dan menghasilkan suatu hubungan yang serupa dengan Pers.(2.9) sebagai berikut

$$\frac{d\langle X^2 \rangle}{dt} = 2 \epsilon_x \quad (2.13)$$

sejalan dengan proses difusi molekuler, maka  $X^2$  dapat dianggap sebagai ukuran lebar dari awan limbah/bahan terlarut dalam aliran turbulen.

### Dispersi dalam aliran geser

Sudah diketahui secara umum bahwa profil kecepatan aliran adalah tidak berbentuk seragam dengan nilai yang sama, tetapi mempunyai nilai kecepatan yang mengecil jika mendekati dinding saluran. Adanya profil kecepatan inilah, maka terdapat gradien kecepatan sehingga alirannya disebut aliran geser. Gambar 2.5 menyajikan beberapa profil kecepatan aliran dalam pipa.

Dengan menggunakan analisis yang digunakan oleh G.I. Taylor (1953), persamaan dispersi angkutan limbah dalam aliran geser dapat ditulis sebagai

$$\frac{\partial \bar{C}}{\partial t} + U \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} = K \frac{\partial^2 \bar{C}}{\partial x^2} \quad 16 \quad (2.14)$$

dimana

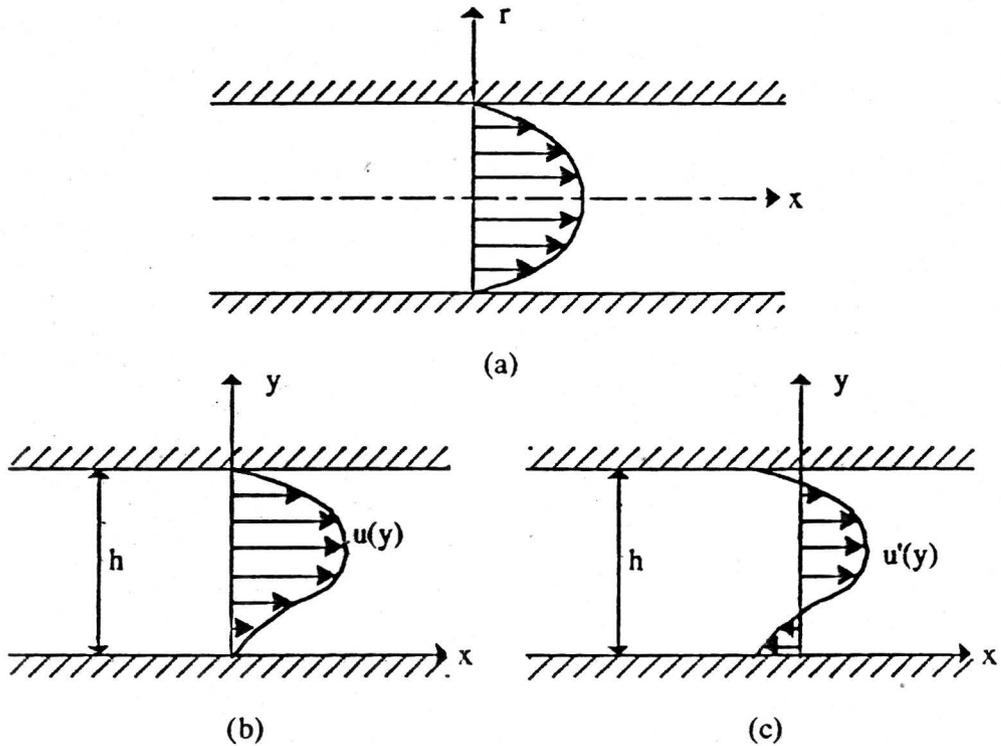
$$\text{untuk aliran laminier:} \quad K = \frac{-1}{hD} \int_0^h u' \int_0^y \int_0^y u' dy dy dy \quad 17 \quad (2.15a)$$

$$\text{untuk aliran turbulen:} \quad K = -\frac{1}{h} \int_0^h u' \int_0^y \frac{1}{\epsilon} \int_0^y u' dy dy dy \quad 18 \quad (2.15b)$$

dimana  $\bar{C}$  adalah konsentrasi rerata vertikal,  $U$  adalah kecepatan rerata aliran,  $K$  adalah koefisien dispersi,  $h$  adalah dalam aliran, sedangkan  $D$  adalah koefisien difusi molekuler,  $\epsilon$  adalah koefisien difusi turbulen. Menurut Chatwin (1970), Pers.(2.14) berlaku pada waktu  $t > 0.4h^2/D$ .

Pers.(2.15) mungkin terlalu kompleks bagi praktisi, oleh karena itu untuk tujuan pelatihan

ini akan disajikan saja hasil akhir dari rumus menghitung koefisien dispersi,  $K$ , untuk berbagai profil kecepatan, baik untuk aliran laminar maupun turbulen.



Gambar 2.5 Profil kecepatan aliran dalam pipa: (a) bentuk parabola pada aliran laminar, (b) bentuk sembarang, (c) sama dengan (b) tetapi sistem koordinatnya bergerak dengan kecepatan rata-ratanya

**Aliran laminar dalam pipa (Taylor, 1953)**

$$K = \frac{a^2 u_0^2}{192 D} \quad (2.16)$$

dimana  $a$  adalah jari-jari pipa,  $u_0$  adalah kecepatan maksimum aliran. Untuk garam yang terlarut dalam air  $D \approx 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{det}$ ,  $u_0 = 1 \text{ cm}/\text{det}$ ,  $a = 2 \text{ mm}$ , maka  $K = 20 \text{ cm}^2/\text{det}$ , kira-kira

satu juta kali D. Waktu berlakunya Pers.(2.11),  $0.4a^2/D = 1600$  detik, sehingga garam terlarut sudah bergerak sejauh  $Ut = 0.5u_0^*t = 0.5 \cdot 1 \cdot 1600 = 800$  cm atau 4000 kali jari-jari pipa.

#### Aliran turbulen dalam pipa (Taylor, 1954)

$$K = 10.1 a u^* \quad (2.17)$$

20

dimana a adalah jari-jari pipa,  $u^* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}$  adalah kecepatan geser,  $\tau_0$  adalah tegangan geser aliran pada dinding pipa,  $\rho$  adalah rapat massa cairan.

#### Aliran turbulen pada saluran sangat lebar dan miring (Elder, 1959)

Dengan menggunakan profil kecepatan logaritmik von Karman, Elder menjabarkan rumus koefisien dispersi untuk saluran miring sebagai berikut

$$K = \frac{0.404}{\kappa^3} du^* \quad (2.18a)$$

21

dimana  $\kappa$  adalah konstanta von Karman; Elder memakai nilai  $\kappa = 0.41$  sehingga didapat hasil

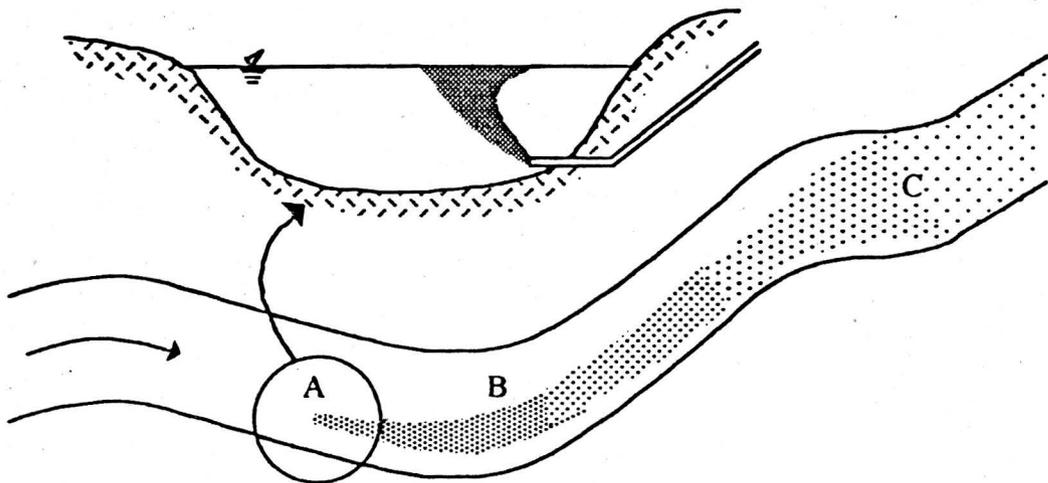
$$K = 5.93 du^* \quad (2.18b)$$

22

dimana d adalah dalam aliran.

## ANGKUTAN LIMBAH DI SUNGAI

Jika suatu limbah yang dapat larut dalam air dibuang kedalam sungai, maka terdapat beberapa proses yang berbeda ditinjau dari segi hidrodinamika proses pencampuran, seperti yang disajikan dalam Gambar 3.1. Pada tahap pertama, momentum dan gaya apung awal dari debit limbah menentukan laju pengenceran. Setelah limbah terencerkan, efek dari momentum dan gaya apung awal juga terencerkan, sehingga tahap kedua dimulai dimana limbah tercampur melintang sungai oleh turbulensi dari aliran air. Pada tahap akhir, dimana limbah sudah tercampur sempurna pada seluruh tampang lintang sungai, maka proses dispersi aliran geser longitudinal akan menyebabkan berkurangnya variasi konsentrasi limbah sepanjang sungai. Pada tahap terakhir inilah persamaan dispersi bahan terlarut, Pers.(2.14), dapat diberlakukan



Gambar 3.1 Tiga tahap proses pencampuran bahan terlarut didalam sungai. (A) Momentum dan gaya apung awal menentukan pencampuran didekat outlet. (B) Turbulensi dan arus dalam sungai menentukan pencampuran selanjutnya setelah momentum dan gaya apung awal berkurang. (C) Setelah pencampuran lintang tercapai, dispersi logitudinal menghilangkan gradien konsentrasi logitudinal yang disebabkan oleh perubahan pada bahan terlarut maupun debit sungai.

### Pencampuran turbulen di sungai

Saluran ideal:

seragam, lurus, sangat lebar dan dalam airnya seragam

Didalam pengaliran terbuka dengan aliran seragam dan mempunyai lebar yang sangat besar, maka kecepatan geser,  $u^*$ , dapat dinyatakan sebagai

$$u^* = \sqrt{gdS} \quad (3.1)$$

dimana  $g$  adalah percepatan gravitasi,  $d$  adalah kedalaman air, dan  $S$  adalah kemiringan dasar saluran. Di bawah ini disajikan rumus untuk menghitung koefisien difusi turbulen untuk arah vertikal, lintang, dan koefisien dispersi memanjang.

Pencampuran vertikal:  $\epsilon_v = 0.067du^*$  (3.2)

Pencampuran lintang:  $\epsilon_t \approx 0.15du^*$  (3.3)

Pencampuran memanjang:  $K = 5.93 du^*$  (2.14b)

#### Pencampuran pada sungai alami atau saluran tak seragam

Sungai alami dibanding dengan saluran seragam segi empat berbeda dalam tiga hal yang penting: kedalamannya mungkin dapat berubah tanpa ada keteraturan, sungai alami biasanya berbelok-belok, dan tebing sungai dapat sangat tidak teratur. Ketiga hal ini dianggap tidak ada yang berpengaruh pada laju pencampuran vertikal, karena skala gerak vertikal dibatasi oleh kedalaman air lokal. Jadi biasanya Pers.(3.2) dapat dipakai untuk menyatakan laju pencampuran vertikal, dimana  $d$  adalah kedalaman air lokal.

Sebaliknya ketidak teraturan tebing dan tikungan yang sering dijumpai pada sungai sangat berpengaruh pada pencampuran lintang. Berdasarkan beberapa percobaan di lapangan dan laboratorium, maka laju pencampuran lintang pada sungai yang berbelok dapat dihitung

dengan rumus sebagai berikut

$$\epsilon_t \approx 25 \frac{U^2 d^3}{R^2 u^*} \quad (3.4)$$

dimana  $U$  adalah kecepatan rerata aliran,  $d$  adalah dalam air,  $R$  adalah radius belokan sungai, dan  $u^*$  adalah kecepatan geser.

Perlu ditekankan disini bahwa pengetahuan manusia saat ini tentang pencampuran lintang pada sungai alami masih sedikit. Sehingga untuk kepentingan praktis biasanya disuguhkan persamaan sebagai berikut

$$\frac{\epsilon_t}{du^*} = 0.6 \pm 50\% \quad (3.5)$$

Nilai  $\epsilon_t$  yang lebih besar biasa terjadi jika sungai mempunyai belokan tajam dan geometrinya berubah dengan cepat.

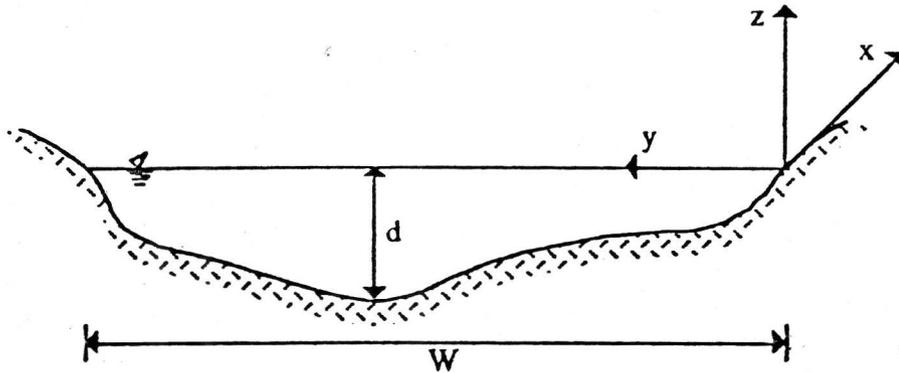
#### Hitungan agihan/distribusi konsentrasi lintang dan memanjang

Secara praktis dapat dikatakan sebagian besar aliran air pada sungai alami mempunyai lebar jauh lebih besar dibandingkan kedalamannya. Sehingga pada proses pencampuran pada sungai alami dapatlah digunakan asumsi bahwa bahan terlarut terdistribusi merata pada seluruh kedalaman, sehingga analisa proses pencampuran dapat dianggap dua-dimensi, lintang dan memanjang aliran, dari sebuah 'line source' merata.

Suatu sistem koordinat dan notasi yang akan digunakan pada pembahasan-pembahasan berikutnya diberikan pada Gambar 3.2. Sekarang ditinjau suatu saluran segi empat yang mempunyai kedalaman air  $d$ , kedalam saluran ini dibuang limbah dengan debit  $M$  satuan per unit waktu berupa suatu 'line source.' Distribusi konsentrasi lintang bahan terlarut sepanjang saluran dapat dihitung dengan rumus sebagai berikut:

$$C = \frac{M}{U d \sqrt{4 \pi \epsilon_t \frac{x}{U}}} \exp\left(-\frac{y^2 U}{4 \epsilon_t x}\right) \quad (3.6)$$

dimana  $y$  adalah jarak lintang seperti yang tertera pada Gambar 3.2, dan notasi yang lain sesuai dengan notasi yang dipakai sebelumnya.



Gambar 3.2 Notasi dan sistim koordinat

Jika suatu 'source' limbah menerus terletak ditengah aliran, maka konsentrasi limbah sepanjang sungai dapat dihitung dengan grafik yang disajikan pada Gambar 3.3. Pada grafik itu dicantumkan konsentrasi di tepi dan tengah dari sungai. Tampak bahwa pada nilai  $x'$  lebih besar dari 0.1, konsentrasi di tepi dan tengah aliran berada disekitar 5% dari nilai rerata konsentrasi pada tampang lintang tersebut. Sehingga ini dapat dipakai sebagai suatu kriterium jarak yang dibutuhkan suatu proses pencampuran agar tercampur secara sempurna, dari suatu 'line source' ditengah sungai. Jarak tersebut adalah

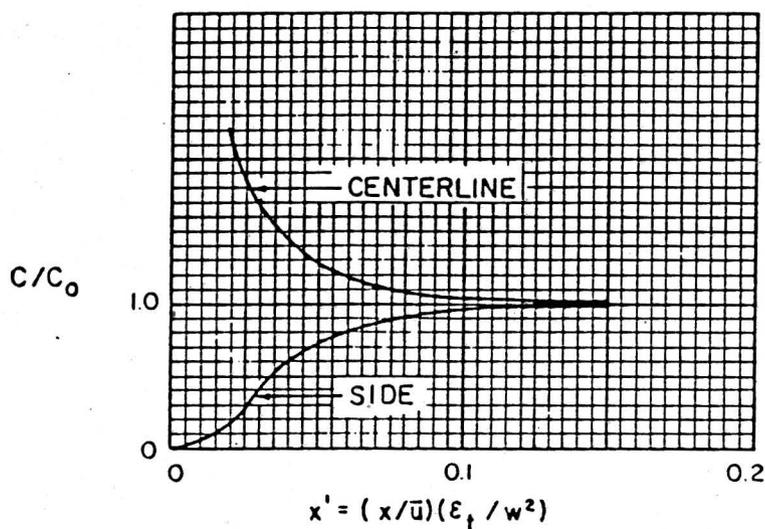
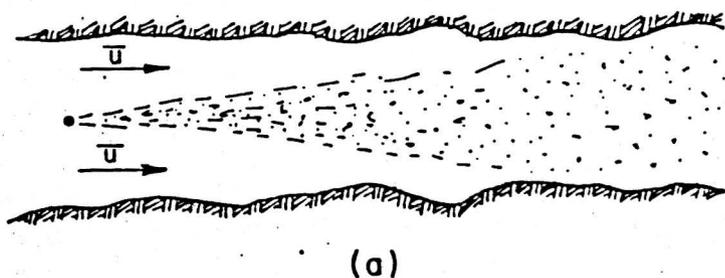
$$L = \frac{0.1 U W^2}{\epsilon_t} \quad (3.7)$$

Pers.(3.7) dan grafik pada Gambar 3.3 tetap berlaku jika 'line source' berada pada tepi

sungai. Dalam hal ini  $W$  pada Pers.(3.7) harus diganti dengan  $2W$  sehingga rumusnya menjadi

$$L = \frac{0.4 U W^2}{\epsilon_t} \quad (3.8)$$

Sedangkan grafik yang ditandai 'centerline' sekarang berlaku untuk tepi sungai dimana limbah di atas dibuang, sedangkan grafik yang ditandai 'side' berlaku untuk tepi sungai yang lainnya.



Gambar 3.3 (a) Suatu awan limbah akibat dari buangan limbah menerus pada tengah-tengah suatu saluran dengan dalam air dan kecepatan seragam. (b) Plot dari konsentrasi pada tengah-tengah dan tepi saluran.

**Contoh 3.1: Sebaran suatu limbah dari titik outlet.** Suatu industri membuang sebesar 3 juta gallon per hari suatu bahan konservatif terlarut 200 ppm pada tengah sungai yang sangat lebar yang alirannya sangat lambat. Kecepatan rerata aliran sebesar 2 ft/det dan kedalamannya 30 ft, sedangkan kecepatan geser 0.2 ft/det. Dengan asumsi bahwa bahan terlarut tercampur sempurna pada seluruh kedalaman air, tentukan lebar dari limbah dan konsentrasi maksimum pada 1000 ft sebelah hilirnya !

Penyelesaian:

Laju input limbah  $\dot{M} = QC = 3 \text{ mgd} * 200 \text{ ppm} = 930 \text{ ft}^3/\text{det ppm}$  (part per million). Dari Pers.(3.5), estimasi koefisien pencampuran lintang adalah

$$\epsilon_t = 0.6du^* = (0.6)(30 \text{ ft})(0.2 \text{ ft/det}) = 3.6 \text{ ft}^2/\text{det}$$

Lebar limbah dapat diperkirakan dari  $4\sigma$ . Jadi

$$\begin{aligned} b &= 4\sigma \\ &= 4\sqrt{2\epsilon_t t} \\ &= 4\sqrt{2\epsilon_t \frac{x}{U}} \\ &= 4\sqrt{2(3.6)\left(\frac{1000}{2}\right)} = 240 \text{ ft} \end{aligned}$$

Konsentrasi maksimum dihitung dari Pers.(3.6) sebagai berikut

$$\begin{aligned} C_{\text{maks}} &= \frac{\dot{M}}{U d \sqrt{4\pi\epsilon_t \frac{x}{U}}} \\ &= \frac{930 \text{ ft}^3/\text{det ppm}}{2 \text{ ft/det} \cdot 30 \text{ ft} \sqrt{4\pi \cdot 3.6 \text{ ft}^2/\text{det} \cdot \frac{1000 \text{ ft}}{2 \text{ ft/det}}}} = 0.10 \text{ ppm} \end{aligned}$$

**Contoh 3.2: Percampuran melintang aliran.** Sebuah pabrik membuang bahan yang konservatif pada pinggir saluran yang lurus dengan tampang lintang persegi. Saluran ini mempunyai lebar 200 ft dan mempunyai kedalaman air sebesar 5 ft dengan kecepatan aliran sebesar 2 ft/det. Kemiringan saluran adalah 0.0002. Hitung panjang saluran yang dibutuhkan agar terjadi percampuran sempurna, yang didefinisikan sebagai konsentrasi dari bahan berbeda tidak lebih dari 5% melebar tampang saluran.

Penyelesaian:

Kecepatan geser dihitung dengan rumus

$$u^* = \sqrt{gdS} = \sqrt{(32.2)(5)(0.0002)} = 0.18 \text{ ft/det}$$

Dengan Pers.(3.3) koefisien pencampuran lintang:

$$\epsilon_t = 0.15du^* = (0.15)(5)(0.18) = 0.135 \text{ ft}^2/\text{det}$$

Karena debit limbah masuk ke saluran dari tepi, kita harus menggunakan dua kali lebar yang digunakan dalam Pers.(3.7), jadi jarak yang dibutuhkan untuk suatu pencampuran sempurna:

$$L = 0.1U(2W)^2/\epsilon_t = 0.1 \cdot 2 \cdot (400)^2 / 0.135 = 240000 \text{ ft}$$

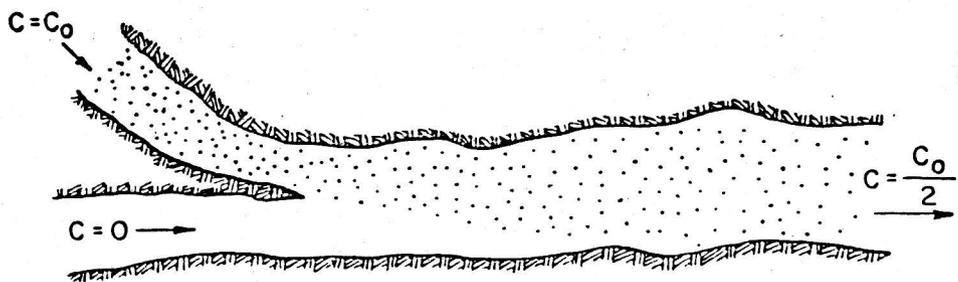
**Contoh 3.3: Pertemuan dua aliran.** Misalkan suatu kota mendapatkan air sebagian dari sungai dan sebagian lain dari sumber lokal. Kadar bahan kimiawi kedua air tersebut sangat berbeda, oleh karena itu sebelum diproses kedalam 'water treatment plant' kedua air tersebut harus dicampur terlebih dahulu. Debit masing-masing sumber di atas adalah 50 ft<sup>3</sup>/det. Direncanakan pencampuran air tersebut dilakukan dalam sebuah saluran persegi dengan lebar 20 ft, kemiringan dasar 0.001, dan koefisien Manningnya  $n = 0.030$ .

(a) Jika digunakan saluran pencampur lurus, berapa jarak yang diperlukan supaya terjadi pencampuran yang sempurna ?

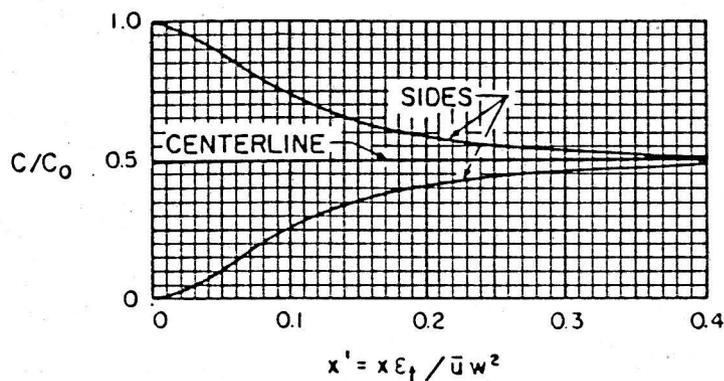
(b) Untuk mempercepat proses pencampuran, maka direncanakan saluran melingkar dengan jari-jari 100 ft. Berapa jarak yang diperlukan supaya terjadi pencampuran yang sempurna ?

Penyelesaian:

Distribusi konsentrasi sepanjang saluran pencampuran dapat dihitung dengan grafik yang tertera pada Gambar 3.4. Dari Gambar 3.4 tampak bahwa deviasi maksimum konsentrasi terhadap konsentrasi rerata sebesar 5% terjadi pada jarak  $x' = 0.3$ . Jadi pada jarak inilah pencampuran dianggap telah terjadi secara sempurna.



(a)



(b)

Gambar 3.4 (a) Pencampuran dua aliran dengan debit sama besar dan (b) plot dari konsentrasi pada tengah-tengah dan tepi saluran.

Kecepatan dan kedalaman air di saluran didapat dari rumus Manning sehingga didapat nilai  $d = 2.2$  ft dan  $U = 2.28$  ft/det. Kecepatan geser dihitung sebagai berikut:

$$u^* = \sqrt{gdS} = \sqrt{(32.2)(2.2)(0.001)} = 0.268 \text{ ft/det}$$

(a) Koefisien pencampuran lintang dihitung dari:

$$\epsilon_t = 0.15du^* = (0.15)(2.2)(0.268) = 0.0885 \text{ ft}^2/\text{det}$$

dan panjang dari saluran adalah

$$L = 0.3 \frac{UW^2}{\epsilon_t} = \frac{0.3(2.28)(20)^2}{0.0885} = 3100 \text{ ft}$$

(b) Untuk saluran lingkaran, koefisien pencampuran lintang dihitung dari:

$$\epsilon_t \approx 25 \frac{U^2 d^3}{R^2 u^*} = 25 \frac{(2.28)^2 (2.2)^3}{(100)^2 (0.268)} = 0.52 \text{ ft}^2/\text{det}$$

dan panjang dari saluran adalah

$$L = 0.3 \frac{UW^2}{\epsilon_t} = \frac{0.3(2.28)(20)^2}{0.52} = 530 \text{ ft}$$

### Dispersi memanjang sungai

Setelah bahan terlarut mengalami pencampuran sempurna pada tampang lintang, maka mulailah proses pencampuran terakhir yaitu reduksi gradien konsentrasi karena proses dispersi memanjang. Jika debit sungai dan limbah adalah konstan, maka tidaklah perlu memperhatikan proses dispersi memanjang.

Walaupun demikian, banyak kasus di lapangan yang mengharuskan kita menghitung

proses dispersi memanjang. Sebagai contoh, terbuangnya sejumlah limbah secara tidak sengaja kedalam sungai. Contoh yang lebih umum adalah buangan limbah pabrik yang debitnya bervariasi jam-jaman. Untuk menghitung konsentrasi limbah disebelah hilir yang lebih rinci dibanding dengan konsentrasi rerata harian, maka efek dispersi memanjang harus diperhitungkan. Pada bab ini dibahas bagaimana untuk menghitung prakiraan koefisien dispersi memanjang,  $K$ , pada sungai alami untuk digunakan dalam persamaan dispersi satu dimensi

Pada bab sebelumnya Elder telah menghasilkan suatu rumusan  $K = 5.93du^*$ , untuk saluran ideal. Penelitian pada sungai-sungai alami menunjukkan bahwa bahwa nilai  $K/du^*$  lebih besar dibandingkan dengan hasil penelitian Elder. Nilai  $K/du^*$  pada sungai alami berkisar dari 140 s/d 500. Nilai yang terkecil dijumpai di saluran Yuma Mesa A di Arizona yaitu sebesar  $K/du^* = 8.6$ , dan nilai terbesar  $K/du^* = 7500$  dijumpai di sungai Missouri. Dari nilai-nilai tersebut, dapat ditarik kesimpulan bahwa rumus Elder tidak berlaku untuk sungai-sungai alami. ✓

#### Dispersi pada sungai alam

Sampai pada bab ini analisis yang telah dibicarakan hanya berlaku pada saluran seragam karena analisis Taylor mengasumsikan bahwa sepanjang saluran tampang lintang adalah sama. Sungai alami sama sekali berbeda dengan asumsi tersebut. Setiap ketidak-aturan pada sungai alami akan mempunyai kontribusi kepada proses dispersi; beberapa jenis sungai mungkin sangat tidak teratur sehingga tidak ada analisis yang dapat diberlakukan. Sebagai contoh, sungai di daerah pegunungan tidak cocok untuk analisis cara Taylor. Tetapi banyak jenis sungai alami yang cukup seragam sehingga pendekatan agar analisis Taylor dapat diberlakukan, walaupun harus diingat bahwa terdapat batasan-batasan tertentu.

Suatu batasan yang nyata adalah analisis Taylor hanya dapat diberlakukan adalah setelah perioda awal. Pada saluran seragam skala waktu untuk pencampuran lintang adalah  $W^2/\epsilon_t$  dan

jarak non-dimensional di hilir outlet adalah  $x' = (x/U)(\epsilon/W^2)$ . Penelitian numeris menunjukkan bahwa dalam saluran seragam varian dari bahan terlarut berkembang secara linier pada jarak  $x' > 0.2$ . Agihan distribusi konsentrasi tidak simetri seperti terlihat dari Gambar 3.5 berkembang pada jarak  $0 < x' < 0.4$ . Untuk  $x' > 0.4$  ketidak-simetrian tersebut makin lama makin berkurang dan menuju kebentuk agihan Gaussian. Pada  $x' > 1$  agihan konsentrasi menjadi mendekati agihan Gaussian. Macam dari zona proses pencampuran ini disajikan pada Gambar 3.6.

#### Prakiraan dan penggunaan koefisien dispersi pada sungai alami

Pada sungai-sungai alami, hitungan koefisien dispersi dapat dihitung dengan rumus pendekatan sebagai berikut

$$K = 0.011U^2W^2/du^* \quad (3.9)$$

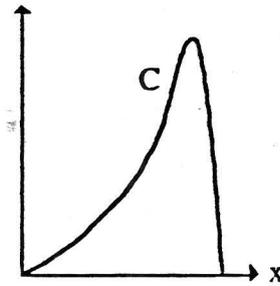
**Contoh soal 3.4: Dispersi suatu bahan warna terlarut.** Sepuluh pound zat warna Rhodamine WT dituangkan kepermukaan air sungai yang mempunyai dalam rerata  $d = 4.65$  ft, kecepatan aliran rerata  $U = 0.90$  ft/det, dan lebar sungai  $W = 73$  ft. Prakirakan nilai koefisien dispersi dan panjang dari daerah awal dimana analisis Taylor tidak berlaku. Prakirakan pula maksimum konsentrasi yang akan terjadi 20000 ft di hilir tempat injeksi, dan lebar dari awan zat warna pada saat puncaknya melalui tempat tersebut. Gunakan asumsi bahwa kecepatan geser adalah  $0.1$ \*kecepatan rerata dan  $\epsilon = 0.4du^*$ .

Penyelesaian:

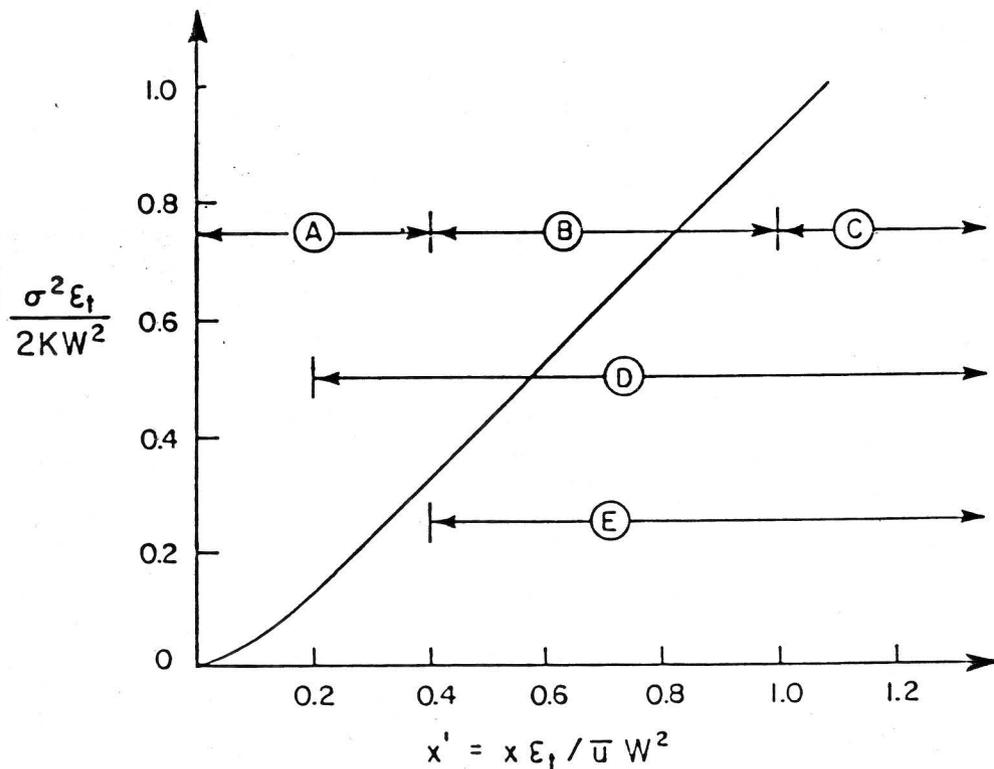
$$u^* = 0.09 \text{ ft/det}$$

Dengan Pers.(3.9)

$$K = 0.011U^2W^2/du^* = 0.011(0.9)^2(73)^2/(4.65)(0.09) = 113 \text{ ft}^2/\text{det}$$



Gambar 3.5 Distribusi konsentrasi tak simetri



Gambar 3.6 Tahapan evolusi suatu distribusi konsentrasi dari suatu injeksi limbah dan nilai pertumbuhan varian yang diharapkan hasil dari percobaan numeris pada saluran seragam. Pada sungai alami ketidak-teraturan tebing sungai akan memperbesar nilai  $x'$ . (A) Pembentukan distribusi asimetri (lihat Gambar 3.5) (B) Perubahan distribusi asimetri (C) Mendekati distribusi normal (Gaussian) (D) Daerah pertumbuhan varian secara linier (E) Daerah dimana Pers.(2.14) berlaku penuh.

Panjang dari perioda awal proses pencampuran ditentukan dengan  $x' = 0.4$ . Koefisien pencampuran lintang adalah

$$\epsilon_t = 0.4du^* = 0.167 \text{ ft}^2/\text{det}$$

sehingga jarak perioda awal dapat dihitung dengan persamaan

$$x' = (x/U)(\epsilon_t/W^2)$$

$$\text{jadi } x = 0.4UW^2/\epsilon_t = 0.4(0.9)(73)^2/0.167 = 11500 \text{ ft}$$

Pada lokasi observasi dimana  $x = 20000 \text{ ft}$ ,  $x' = (20000)(0.167)/(0.9)(73)^2 = 0.7 > 0.4$ , sehingga bentuk dari awan zat warna akan mendekati agihan Gaussian. Untuk keperluan praktis diasumsikan bahwa agihannya adalah agihan Gaussian. Pada Gambar 3.6 garis lurus akan memotong sumbu  $x'$  dititik  $x' = 0.07$  yang akan berlaku sebagai titik origin yang baru untuk suatu 'awan' yang akan mengikuti persamaan difusi sejak permulaan berkembangnya. Panjang dari awan sesungguhnya dapat dihitung sebagai awan yang mulai dari variance = 0 pada  $x' = 0.07$  dan berkembang secara konstan dengan laju  $d\sigma^2/dt = 2K$ .

Sehingga

$$\begin{aligned}\sigma^2 &= 2K(W^2/\epsilon_t)(x' - 0.07) = 4.54 * 10^6 \text{ ft}^2 \\ &= 2 * 113 * (73^2/0.167)(0.7 - 0.07) =\end{aligned}$$

Secara praktis panjang dari awan zat warna dapat diprakirakan sebesar  $4\sigma$ , sehingga

$$\text{'panjang'} = 4\sigma = 4(2130) = 8500 \text{ ft}$$

Maksimum konsentrasi dihitung dengan rumus

$$C_{\text{maks}} = \frac{M}{A \sqrt{4\pi K \frac{x}{U}}} = \frac{10 \text{ lb}}{339.1 \sqrt{4\pi (113) \frac{20000}{0.9}}}$$

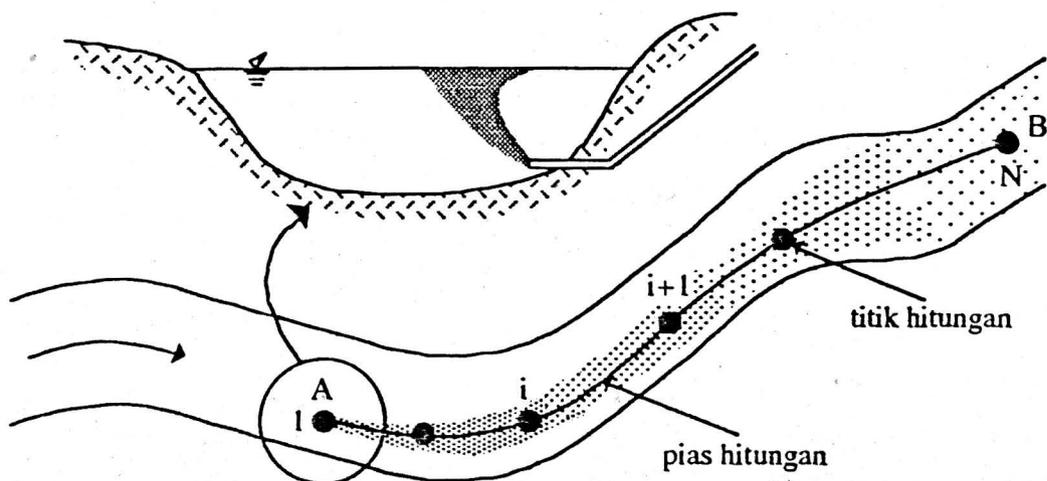
$$= 5.52 \cdot 10^{-6} \text{ lb/ft}^3 = 88.4 \text{ ppb (part per billion)}$$

Konsentrasi yang sebetulnya tercatat mungkin akan lebih kecil dari konsentrasi yang dihitung di atas, karena mungkin ada sebagian zat warna yang terperangkap pada 'dead zones' dan mungkin pula terserap oleh bahan sedimen di sungai.

## TEKNIK NUMERIS DALAM ANGKUTAN LIMBAH

Jika suatu penyelesaian analitis karena sesuatu sebab, misalnya kompleksitas dari jaringan sungai, pengaruh pasang surut, sangat sulit dilakukan, maka penyelesaian numeris dari suatu angkutan limbah dapat digunakan. Pada prinsipnya penyelesaian numeris adalah penyelesaian dengan menghitung konsentrasi limbah pada beberapa titik dalam wilayah yang kita kehendaki. Jadi penyelesaian numeris hanya dapat menjawab konsentrasi di titik-titik tertentu yang disebut dengan titik hitungan (penyelesaian diskrit), sedangkan penyelesaian analitis dapat menjawab konsentrasi di titik-titik disepanjang wilayah tersebut (penyelesaian menerus).

Untuk lebih memperjelas konsep penyelesaian numeris, maka titik hitungan yang diberi nomor  $i = 1, 2, \dots, N$  disajikan dalam Gambar 4.1. Dalam interval AB terdapat beberapa titik hitungan yang jumlahnya tergantung dari keperluan, diantara titik-titik hitungan terdapat pias-pias yang disebut pias hitungan dimana persamaan matematik dari proses pencampuran limbah diberlakukan.



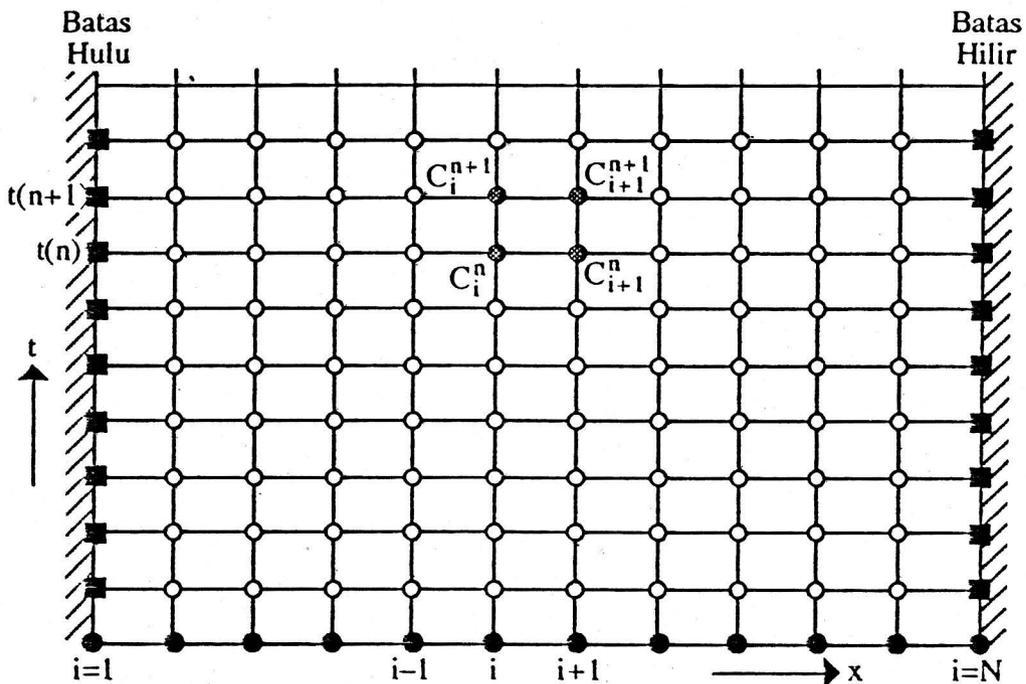
Gambar 4.1 Titik dan pias hitungan pada sungai/saluran

Penyelesaian numeris memungkinkan penanganan geometri sungai yang kompleks, baik tampang lintang maupun memanjangnya. Untuk keperluan itu maka persamaan dispersi dalam sungai alami yaitu Pers.(2.14) yang ditulis lagi untuk mengakomodasi perubahan luas tampang sebagai

$$A \frac{\partial C}{\partial t} + AU \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial(A K \frac{\partial C}{\partial x})}{\partial x} \quad (4.1)$$

### Pendahuluan diskritisasi

Pada Pers.(4.1) tampak bahwa konsentrasi  $C$  adalah merupakan fungsi waktu ( $t$ ) dan jarak ( $x$ ) atau secara matematis dapat ditulis sebagai  $C = C(x,t)$ . Untuk memudahkan konsep diskritisasi dari Pers.(4.1), maka akan disajikan ruang  $x-t$  pada Gambar 4.2. Pada ruang  $x-t$  ini digambarkan nilai suatu variabel (dalam hal ini adalah konsentrasi,  $C$ ) sebagai fungsi waktu dan ruang atau jarak.



Gambar 4.2 Ruang  $x-t$

Dengan ruang x-t tersebut, maka semua suku dalam Pers.(4.1) dapat dinyatakan dalam nilai-nilai diskrit konsentrasi di lapangan. Suku-suku tersebut a.l. adalah

$$\begin{aligned}\frac{\partial C}{\partial x} &= \theta \left. \frac{\partial C}{\partial x} \right|_{t_{n+1}} + (1-\theta) \left. \frac{\partial C}{\partial x} \right|_{t_n} \\ &= \theta \frac{C_{i+1}^{n+1} - C_i^{n+1}}{\Delta x} + (1-\theta) \frac{C_{i+1}^n - C_i^n}{\Delta x}\end{aligned}\quad (4.2)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial C}{\partial t} &= \frac{\left. \frac{\partial C}{\partial t} \right|_i + \left. \frac{\partial C}{\partial t} \right|_{i+1}}{2} \\ &= \frac{(C_i^{n+1} - C_i^n) + (C_{i+1}^{n+1} - C_{i+1}^n)}{2\Delta t}\end{aligned}\quad (4.3)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} &= \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial C}{\partial x} \right) \\ &= \frac{1}{\Delta x} \left( \frac{C_{i+1} - C_i}{\Delta x} - \frac{C_i - C_{i-1}}{\Delta x} \right) \\ &= \frac{C_{i+1} - 2C_i + C_{i-1}}{\Delta x^2} \\ &= \theta \frac{C_{i+1}^{n+1} - 2C_i^{n+1} + C_{i-1}^{n+1}}{\Delta x^2} + (1-\theta) \frac{C_{i+1}^n - 2C_i^n + C_{i-1}^n}{\Delta x^2}\end{aligned}\quad (4.4)$$

dimana  $0 \leq \theta \leq 1$  disebut 'faktor pemberat waktu.'

#### Skema Holly-Preissmann

Dengan substitusi Pers.(4.2) s/d (4.4) kedalam Pers.(4.1) maka Pers.(4.1) dapat diselesaikan secara numerik. Tetapi penyelesaian yang lebih akurat adalah penyelesaian yang disarankan oleh Holly & Preissmann (1977). Pada prinsipnya Pers.(4.1) dipecah menjadi dua buah persamaan yang menggambarkan proses adveksi dan difusi/dispersi. Persamaan adveksi ditulis sebagai

$$A \frac{\partial C}{\partial t} + AU \frac{\partial C}{\partial x} = 0 \quad \text{or} \quad \frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} = 0 \quad (4.5)$$

Karena kecepatan rerata.  $U$ , tidak tergantung dari konsentrasi  $C$ , maka  $U = \frac{dx}{dt}$ , sehingga Pers.(4.5) dapat ditulis sebagai

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{dx}{dt} \frac{\partial C}{\partial x} = 0 \quad \text{or} \quad \frac{dC}{dt} = 0 \quad (4.6)$$

Pers.(4.6) oleh Holly & Preissmann (1977) diselesaikan dengan metoda karakteristik dan interpolasi Hermite untuk menghitung nilai konsentrasi pada kaki kurva karateristik.

Persamaan dispersi sendiri yang berasal dari Pers.(4.1) dapat disajikan sebagai berikut:

$$A \frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (A K \frac{\partial C}{\partial x}) \quad (4.7)$$

Pers.(4.7) adalah persamaan diferensial parsial derajad dua yang oleh Preissmann dirubah menjadi dua buah persamaan diferensial parsial derajad satu sebagai berikut:

$$A \frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (A K C X) \quad (4.8)$$

$$\frac{\partial C}{\partial x} = C X$$

dimana konsentrasi  $C$  dan gradiennya  $CX$  merupakan variabel tak bebasnya. Dengan menggunakan notasi yang disarankan Alexandre Preissmann sebagai berikut

$$\Delta x = x_i - x_{i-1}$$

$$\Delta C_i = C_i^{n+1} - C_i^n \quad (4.9)$$

$$\Delta C X_i = C X_i^{n+1} - C X_i^n$$

Pers.(4.7) dapat dirubah menjadi satu sistem persamaan linier dalam  $\Delta C$  dan  $\Delta CX$  yang dapat diselesaikan dengan sangat efisien dengan metoda sapuan ganda yang akan dijelaskan berikut.

### Metoda sapuan-ganda

Pers.(4.7) jika didiskritisasi dengan cara di atas akan menghasilkan suatu matriks pita ('banded matrix') dengan pitanya mempunyai empat anggota yaitu  $\Delta C_{i-1}$ ,  $\Delta C_i$ ,  $\Delta CX_{i-1}$ , dan  $\Delta CX_i$ . Jika menggunakan metoda matriks biasa maka ukuran matrik menjadi  $2N \times 2N$ , tetapi jika digunakan metoda sapuan ganda maka ukuran matriks menjadi  $2N \times 4$  ditambah  $N \times 5$  untuk memori tambahan. Dengan melihat ukurannya saja metoda sapuan ganda merupakan metoda yang efisien jika dibandingkan dengan metoda penyelesaian matriks biasa.

Metoda sapuan ganda tidak akan dijelaskan dengan rinci dalam pelatihan ini, bagi yang tertarik dapat membaca pustaka yang membahasnya. Disini hanya akan dijelaskan secara garis besar saja. Pers.(4.8) akan menjadi satu sistem persamaan linier berikut

$$\left. \begin{aligned} a_1 \Delta C_i + a_2 \Delta CX_i + a_3 \Delta C_{i-1} + a_4 \Delta CX_{i-1} + a_5 &= 0 \\ b_1 \Delta C_i + b_2 \Delta CX_i + b_3 \Delta C_{i-1} + b_4 \Delta CX_{i-1} + b_5 &= 0 \end{aligned} \right\} \text{for } i = 2, 3, \dots, N \quad (4.10)$$

Kunci dari metoda ini adalah pengenalan definisi korelasi di bawah ini:

$$\Delta C_{i-1} = L_{i-1} \Delta C_i + M_{i-1} \Delta CX_i + N_{i-1} \quad (4.11)$$

dan

$$\Delta CX_i = Q_i \Delta C_i + R_i \quad (4.12)$$

dimana  $Q_i$  dan  $R_i$  merupakan fungsi dari  $Q_{i-1}$ ,  $R_{i-1}$ ,  $L_{i-1}$ ,  $M_{i-1}$ , dan  $N_{i-1}$ .

Metoda sapuan ganda terdiri dari dua langkah besar, yang pertama adalah sapuan maju dimana  $Q$ ,  $R$ ,  $L$ ,  $M$ , dan  $N$  dihitung maju dari hulu kehilir dengan  $Q_i$  dan  $R_i$  nilainya didapat

dari batas hulu. Sapuan maju dikerjakan sampai Q, R, L, M, dan N terhitung semua dan berakhir pada batas hilir. Yang kedua adalah sapuan mundur yang dimulai dengan menghitung  $\Delta C_N$  atau  $\Delta CX_N$  untuk batas hilir, dengan menggunakan Pers.(4.11) dan (4.12), maka  $\Delta C_i$  dan  $\Delta CX_i$  dapat dihitung mundur dari hilir ke hulu. Sambil melakukan sapuan mundur  $C^{n+1}$  dan  $CX^{n+1}$  dapat dihitung dengan Pers.(4.9). Demikianlah sapuan maju dan mundur dilakukan untuk setiap langkah waktu sampai dengan waktu yang dikehendaki tercapai.

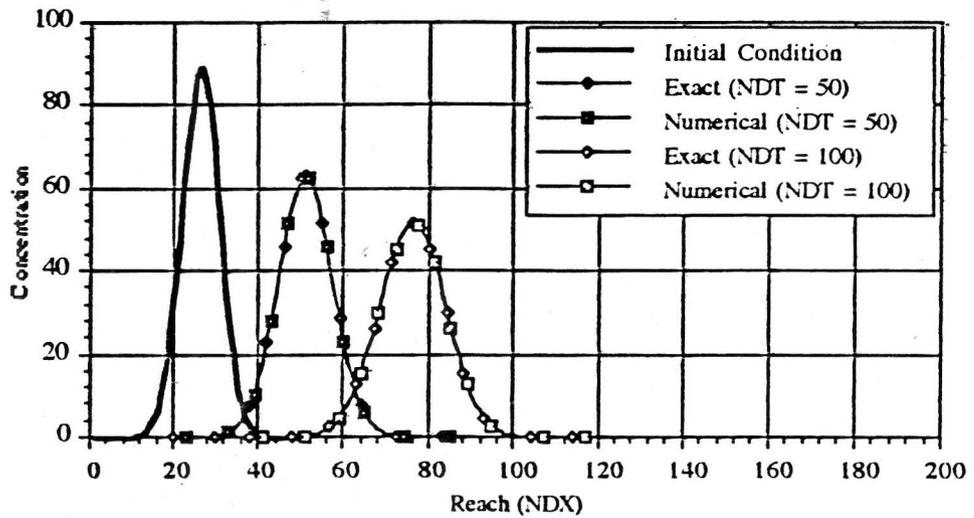
#### Pemrograman komputer dan latihannya

Dalam pemrograman komputer persamaan dispersi, Pers.(4.1), diselesaikan dalam dua tahap, yang pertama adalah menyelesaikan persamaan adveksi, Pers.(4.6), dengan metoda karakteristik dan kemudian dilanjutkan dengan menyelesaikan persamaan dispersi, Pers.(4.7), dengan metoda sapuan ganda. Program komputer yang digunakan dalam pelatihan ini ditulis dalam bahasa FORTRAN 77 standar untuk menjaga kompatibilitasnya jika dipakai pada beberapa sistem komputer yang mempunyai FORTRAN kompiler yang berbeda.

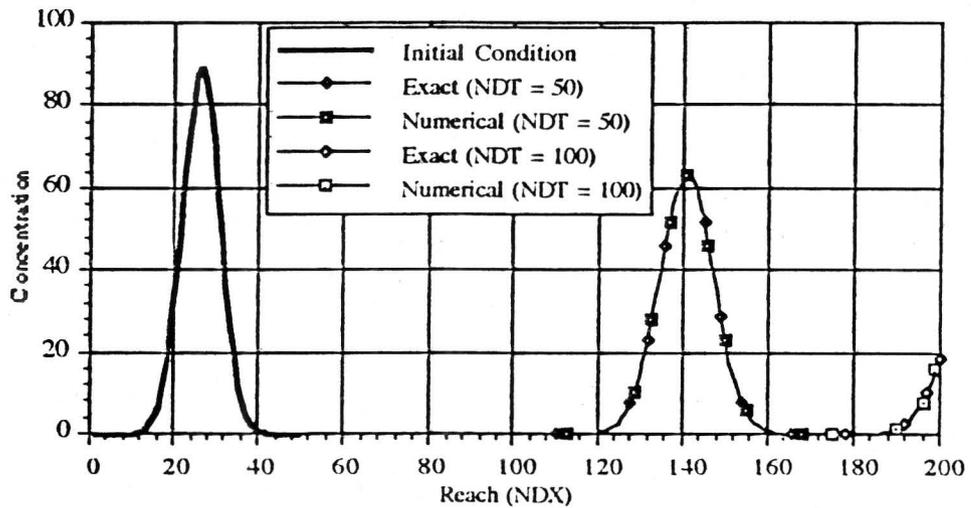
Bagi yang tertarik kepada metoda numerik secara rinci dapat melihat 'source code' yang digunakan untuk menghitung angkutan limbah ini dan membaca buku-buku pegangan mengenai hidraulika komputasi dan angkutan limbah.

Contoh hitungan numeris dengan program komputer. Suatu limbah dengan M adalah  $10^5$  unit, waktu simulasi t adalah  $10^4$  detik, dan koefisien dispersi, K,  $10 \text{ m}^2/\text{det}$ , sedangkan kecepatan rerata U berubah-ubah. Kondisi awal di saluran berupa awan limbah yang agihan konsentrasinya Gaussian. Pada batas hulu tidak terdapat debit limbah yang masuk. Program dieksekusi dengan  $\Delta x = 100 \text{ m}$ , jumlah pias NDX = 200, langkah waktu  $\Delta t = 200$  detik, jumlah langkah waktu NDT = 100.

Sebelum program digunakan untuk simulasi, maka diadakan verifikasi model numerik ini dengan membandingkann hasilnya terhadap hasil penyelesaian analitis.



(a) Courant Number = 0.5



(b) Courant Number = 1.4

Gambar 4.3 Penyelesaian analitis dan numeris angkutan limbah.

Hasil dari eksekusi disajikan pada Gambar 4.3. Pada gambar tersebut disajikan pula hasil dari penyelesaian analitisnya; tampak bahwa penyelesaian analitis dan numeris hampir tidak dapat dibedakan, karena metoda Holly-Preissmann yang dipakai memang sudah sangat terkenal akurat untuk penyelesaian hitungan angkutan limbah satu dimensi. Dalam Gambar 4.3 tersebut bilangan Courant didefinisikan sebagai

$$Cr = \frac{U\Delta t}{\Delta x} \quad (4.13)$$

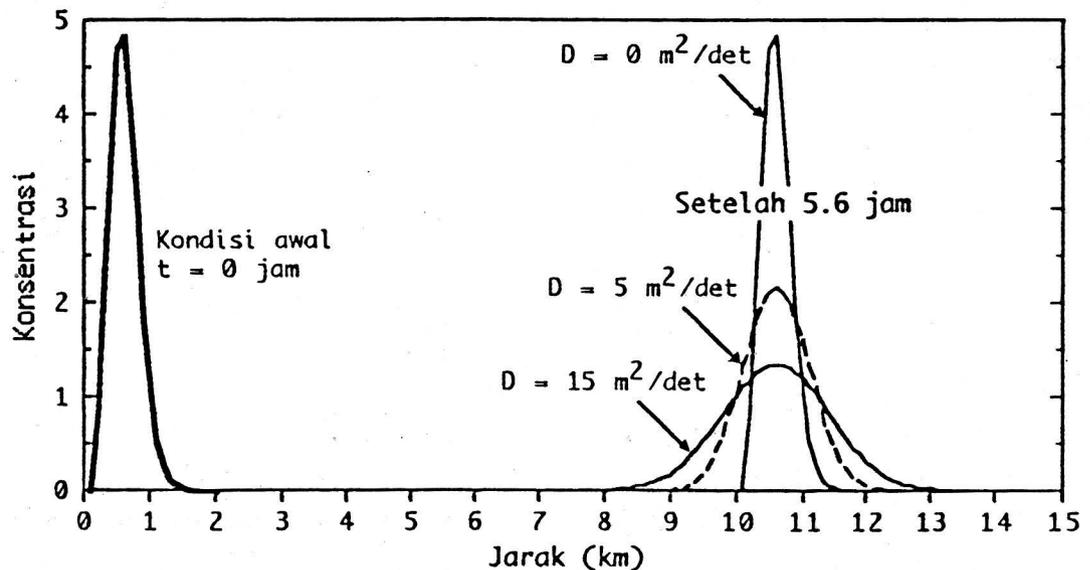
## LATIHAN SIMULASI DENGAN MODEL NUMERIK

### Data Model

Sungai dengan kecepatan tetap sebesar 0.5 m/detik sepanjang 20 km. Jumlah titik-titik hitungan diambil 200 buah dengan masing-masing berjarak 100 m ( $= \Delta x$ ) satu dengan yang lain. Waktu yang dimodelkan adalah 5.6 jam dengan jumlah langkah waktu sebesar 100, setiap langkah waktu lamanya 200-detik ( $= \Delta t$ )

### Kasus 1

Pada jam ke nol pada sungai yang ditinjau terdapat konsentrasi limbah yang tersebar sepanjang kurang lebih 1.5 km dengan konsentrasi seperti terlihat pada Gambar A. Setelah 5.6 jam kemudian, maka simulasi dengan model menunjukkan bahwa limbah tersebut telah terangkut sepanjang kurang lebih 10 km. Sedangkan konsentrasi limbahnya serta lebar awan limbahnya, yang diplotkan pula pada Gambar A, menunjukkan ketergantungannya pada koefisien dispersinya.



Gambar A. Angkutan limbah konservatif dengan kondisi awal.

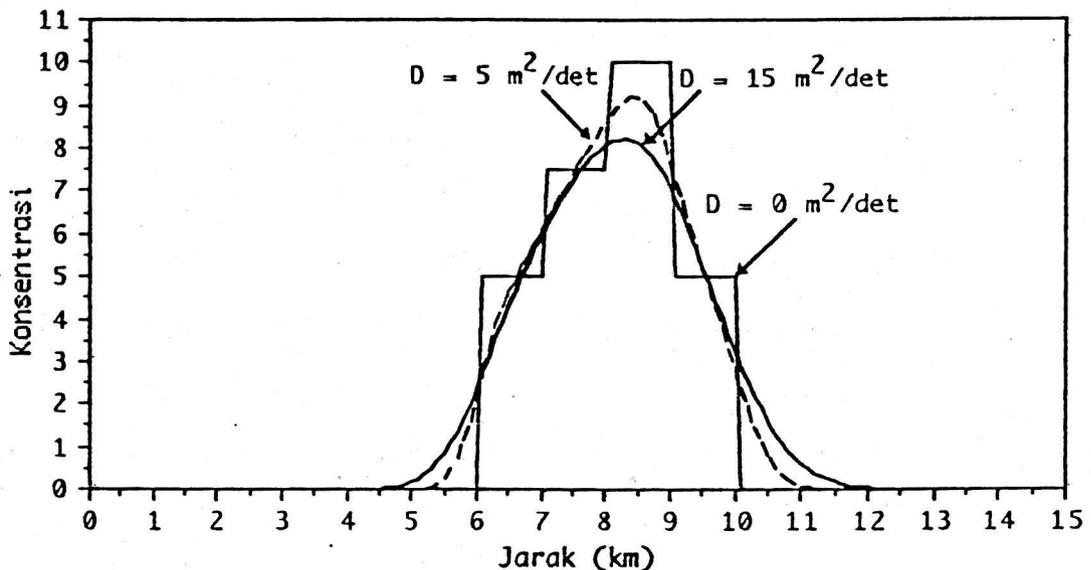
Dengan koefisien dispersi,  $D = 0 \text{ m}^2/\text{detik}$ , yang berarti limbah hanya mengalami gerakan adveksi tanpa dispersi, hasilnya menunjukkan bahwa bentuk awan limbah serupa dengan bentuk pada kondisi awal, tetapi tempatnya bergeser sebesar 10 km kesebelah hilir.

Dengan koefisien dispersi,  $D = 5 \text{ m}^2/\text{detik}$ , limbah terangkut kurang lebih 10 km kehilir dengan konsentrasi puncak berkurang 50% dan lebar awan limbahnya menjadi 3 km.

Dengan koefisien dispersi,  $D = 15 \text{ m}^2/\text{detik}$ , limbah terangkut kurang lebih 10 km kehilir dengan konsentrasi puncak berkurang 80% dan lebar awan limbahnya menjadi 5 km.

### Kasus 2

Sepanjang sungai dalam tinjauan, pada jam ke nol, tidak terdapat limbah yang mencemari sungai. Pada saat itu pula suatu pabrik membuang limbah selama 2 jam dengan distribusi konsentrasinya tiap setengah jam secara berturut-turut sebagai berikut 5.0, 10.0, 7.5, dan 5.0. Setelah 5.6 jam hasil simulasinya disajikan dalam Gambar B.



Gambar B. Angkutan limbah konservatif dengan kondisi batas hulu.

Dengan koefisien dispersi,  $D = 0 \text{ m}^2/\text{detik}$ , limbah yang terbangun selama hanya 2 jam tersebut, terangkut kurang lebih 8 km kehilir dengan lebar awan limbahnya 4 km. Tentu saja konsentrasi puncaknya tidak terdispersi karena hanya proses adveksi saja yang bekerja.

Dengan koefisien dispersi,  $D = 5 \text{ m}^2/\text{detik}$  dan  $15 \text{ m}^2/\text{detik}$ , limbah yang terbangun selama hanya 2 jam tersebut, terangkut kurang lebih 8 km kehilir dengan lebar awan limbahnya 6-7 km. Konsentrasi puncaknya terdispersi sehingga berkurang kurang lebih 15 % dari semula, karena hanya proses adveksi dan dispersi bekerja bersama-sama.

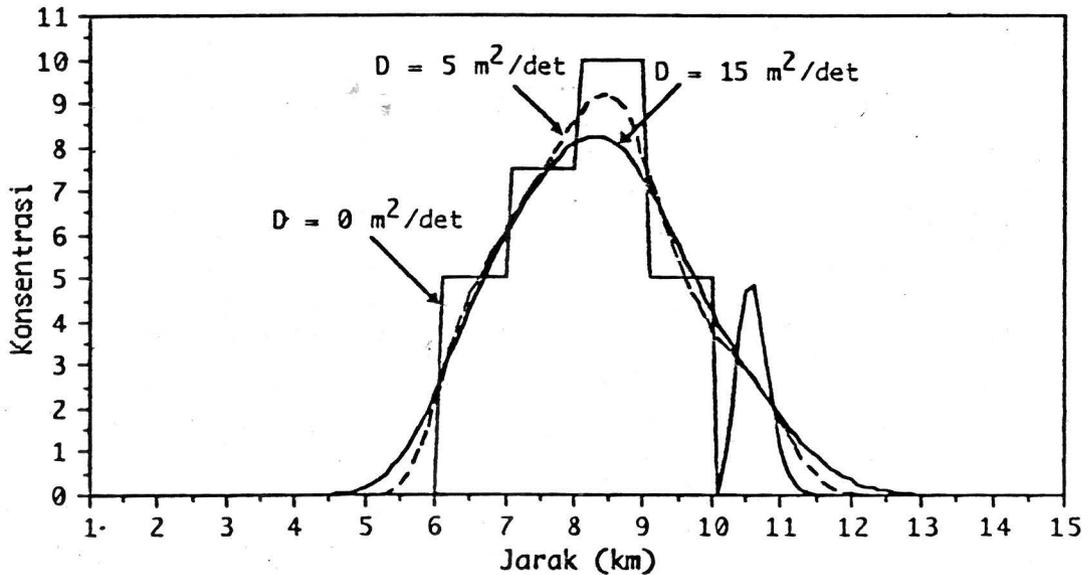
Hasil simulasi dengan model matematik-numerik di atas menunjukkan bahwa limbah dengan distribusi konsentrasi sembarang, karena proses dispersi, akan menjadi berdistribusi normal (Gaussian). Semakin lama limbah terdispersi semakin serupa pula distribusi konsentrasinya dengan distribusi normal. Hal ini sesuai dengan penyelesaian analitis dari persamaan dispersi.

Hasil simulasi pada kasus ketiga, yang dijelaskan di bawah ini, semakin memperkuat fenomena di atas.

### Kasus 3

Kasus ketiga adalah merupakan kombinasi dari kasus pertama dan kedua. Hasilnya disajikan dalam Gambar C.

Secara keseluruhan hasil dari simulasi ketiga ini merupakan gabungan tidak linier dari hasil pertama dan kedua. Kondisi awal dari Kasus 1 mempunyai konsentrasi puncak lebih kecil dari Kasus 2, oleh karena itu hasil Kasus 1 seolah-olah hanya menambah lebarnya awan limbah tanpa menambah konsentrasi puncak secara nyata. Hal ini juga disebabkan karena lokasi konsentrasi puncak pada Kasus 1 dan 2 tidak sama (berjarak kurang lebih 2 km). Lebar awan limbah menjadi 7-8 km.



Gambar C. Angkutan limbah konservatif dengan kondisi awal dan kondisi batas hulu.

Catatan:

Walaupun model matematik yang digunakan masih relatif sederhana (hanya untuk kecepatan aliran seragam) tetapi model telah mampu menunjukkan dinamika angkutan limbah pada suatu sungai.

Bagi yang tertarik untuk mengembangkan model ini dapat melihat langsung kedalam 'source code' dalam bahasa FORTRAN, sehingga dapat melakukan perubahan yang dikehendakinya.

## CARA MEMAKAI MODEL NUMERIK ADVEKSI-DIFUSI

### Cara Eksekusi Program

1. Siapkan data masukan dalam suatu file yang diberi nama 'INPUT.' Struktur datanya harus sesuai dengan petunjuk di bawah ini. Data ini dapat ditulis dengan sembarang 'word processor' asalkan disimpan dalam 'text mode only.'
2. Eksekusi program dengan menulis nama program (nama yang terdapat pada disket asli adalah LIMBAH.EXE, jadi untuk eksekusi cukup ditulis LIMBAH saja) pada 'prompt' yang tersedia.
3. Hasil dari simulasi akan disimpan dalam file yang bernama 'OUTPUT.' Untuk melihat file ini dapat digunakan sembarang 'word processor.'

### Struktur Data Masukan

RECORD	NAMA VARIABEL	FORMAT	KETERANGAN
1	NOTE	A60	Judul model; satu baris.
2	THETA	F	Faktor pemberat waktu; nilainya antar 0 s/d 1. THETA = 1 $\Rightarrow$ implisit THETA = 0 $\Rightarrow$ eksplisit
	DIFF	F	Koefisien dispersi dalam (m <sup>2</sup> /det).
	DX	F	Panjang pias dalam (m). Panjang pias dianggap seragam sepanjang sungai.
	NDX	I	Jumlah tampang lintang yang ditinjau.
	DT	F	Lama satu langkah waktu dalam (detik).
	NDT	I	Jumlah langkah waktu yang

	Q	F	dimodelkan, sehingga lama waktu yang dimodelkan adalah $NDT \cdot DT$ (detik).
	QP	F	Debit sungai saat sekarang dalam ( $m^3/det$ ).
	AR	F	Debit sungai saat sebelumnya dalam ( $m^3/det$ ).
	ARP	F	Luas tampang sungai saat sekarang dalam ( $m^2$ ).
	IPRINT	I	Luas tampang sungai saat sebelumnya dalam ( $m^2$ ).
			Variabel untuk mengatur frekuensi 'output.' Jadi hasilnya akan disimpan SATU kali dalam file tiap (IPRINT) hitungan.
3	NOTE	A60	Komentar untuk memperjelas data yang diberikan.
	CONC	F	Kondisi awal dari sungai, berupa konsentrasi rerata pada seluruh tampang yang ditinjau (sejumlah= $NDX$ ).
4	NOTE	A60	Komentar untuk memperjelas data yang diberikan.
	BC	F	Kondisi batas hulu, berupa konsentrasi rerata pada tampang paling hulu dari sungai yang ditinjau (sejumlah= $NDT$ ). Ini dapat dibayangkan sebagai konsentrasi yang masuk kedalam penggal yang ditinjau dari daerah hulu selama waktu yang ditinjau ( $NDT \cdot DT$ ).

**Keterangan:**

**RECORD**

Kumpulan data yang dikelompokkan

**NAMA VARIABEL**

Nama variabel yang sesungguhnya dipakai dalam program

**FORMAT** (sesuai dengan konvensi yang dipakai dalam bahasa FORTRAN)

A : data akan dibaca sebagai text (ASCII) biasa (bukan bilangan)

I : data dalam bilangan integer (bilangan bulat)

F : data dalam bilangan 'real'

### Struktur Data Keluaran

Dalam bab ini dijelaskan arti dari variabel yang ada didalam file keluaran:

- NDT : langkah waktu
- TIMES : waktu (dalam detik)
- B.C. : kondisi batas hulu untuk waktu ybs.
- NDX : nomer tampang lintang
- CADV : konsentrasi rerata pada waktu ybs pada akhir dari hitungan adveksi
- CEND : konsentrasi rerata pada waktu ybs pada akhir dari hitungan difusi  
(akhir dari seluruh proses)
- CXADV : gradien konsentrasi rerata pada waktu ybs pada akhir dari hitungan adveksi
- CXEND : gradien konsentrasi rerata pada waktu ybs pada akhir dari hitungan difusi (akhir dari seluruh proses)
- COURANT : bilangan Courant =  $U \cdot DT / DX$

Keterangan:

Secara praktis, untuk pemakai model, hasil dari simulasi ini dapat dilihat pada variabel CEND, sedangkan variabel CADV, CXADV, CXEND dan COURANT hanya dipakai sebagai kontrol dan hanya berguna untuk pembuat model.



Data Keluaran

## General data :

```

-----
Time weighting factor, THETA = 1.00
Diffusion coefficient, DIFF = 15.00
Uniform reach, DX = 100.00
Number of reaches, NDX = 200
Time step, DT = 200.00
Number of time step, NDT = 100
Discharge, Q = 50.00
Previous discharge, QP = 50.00
Area, AR = 10.00
Previous area, ARP = 100.00
Printing controller, IPRINT = 100
-----

```

```

NDT: 50      TIMES: 10000.0000      B.C.:      0.0000
-----

```

NDX	CADV	CEND	CXADV	CXEND	COURANT
1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000
2	0.0000	0.0002	0.0000	0.0000	1.0000
3	0.0004	0.0013	0.0000	0.0000	1.0000
4	0.0034	0.0071	0.0001	0.0001	1.0000
5	0.0179	0.0294	0.0002	0.0003	1.0000
6	0.0693	0.0964	0.0008	0.0010	1.0000
7	0.2101	0.2593	0.0020	0.0023	1.0000
8	0.5155	0.5830	0.0041	0.0042	1.0000
9	1.0491	1.1151	0.0066	0.0064	1.0000
10	1.8075	1.8442	0.0086	0.0081	1.0000
11	2.6912	2.6811	0.0091	0.0086	1.0000
12	3.5401	3.4898	0.0079	0.0076	1.0000
13	4.2169	4.1521	0.0057	0.0057	1.0000
14	4.6733	4.6204	0.0035	0.0037	1.0000
15	4.9512	4.9228	0.0021	0.0023	1.0000
16	5.1347	5.1290	0.0016	0.0018	1.0000
17	5.3007	5.3091	0.0017	0.0018	1.0000
18	5.4961	5.5098	0.0022	0.0022	1.0000
19	5.7382	5.7508	0.0027	0.0026	1.0000
20	6.0229	6.0303	0.0030	0.0030	1.0000
21	6.3326	6.3333	0.0032	0.0031	1.0000
22	6.6448	6.6396	0.0031	0.0030	1.0000
23	6.9394	6.9308	0.0028	0.0028	1.0000
24	7.2049	7.1960	0.0025	0.0025	1.0000
25	7.4405	7.4341	0.0022	0.0023	1.0000
26	7.6545	7.6518	0.0021	0.0021	1.0000
27	7.8595	7.8598	0.0020	0.0021	1.0000

28	8.0659	8.0675	0.0021	0.0021	1.0000
29	8.2781	8.2785	0.0022	0.0021	1.0000
30	8.4920	8.4889	0.0021	0.0021	1.0000
31	8.6957	8.6874	0.0019	0.0019	1.0000
32	8.8716	8.8574	0.0016	0.0015	1.0000
33	9.0001	8.9805	0.0010	0.0009	1.0000
34	9.0630	9.0392	0.0003	0.0002	1.0000
35	9.0462	9.0200	-0.0006	-0.0006	1.0000
36	8.9417	8.9153	-0.0015	-0.0015	1.0000
37	8.7489	8.7242	-0.0024	-0.0023	1.0000
38	8.4735	8.4524	-0.0031	-0.0031	1.0000
39	8.1275	8.1112	-0.0038	-0.0037	1.0000
40	7.7272	7.7165	-0.0042	-0.0042	1.0000
41	7.2914	7.2865	-0.0045	-0.0044	1.0000
42	6.8395	6.8400	-0.0046	-0.0045	1.0000
43	6.3893	6.3941	-0.0045	-0.0044	1.0000
44	5.9555	5.9635	-0.0042	-0.0042	1.0000
45	5.5486	5.5585	-0.0039	-0.0039	1.0000
46	5.1748	5.1853	-0.0036	-0.0036	1.0000
47	4.8361	4.8462	-0.0032	-0.0032	1.0000
48	4.5311	4.5401	-0.0029	-0.0029	1.0000
49	4.2561	4.2636	-0.0026	-0.0026	1.0000
50	4.0059	4.0115	-0.0024	-0.0024	1.0000
51	3.7743	3.7780	-0.0022	-0.0023	1.0000
52	3.5550	3.5568	-0.0021	-0.0022	1.0000
53	3.3417	3.3418	-0.0021	-0.0021	1.0000
54	3.1286	3.1272	-0.0021	-0.0022	1.0000
55	2.9106	2.9081	-0.0022	-0.0022	1.0000
56	2.6842	2.6812	-0.0023	-0.0023	1.0000
57	2.4478	2.4450	-0.0024	-0.0024	1.0000
58	2.2018	2.1998	-0.0025	-0.0025	1.0000
59	1.9491	1.9485	-0.0026	-0.0025	1.0000
60	1.6945	1.6958	-0.0025	-0.0025	1.0000
61	1.4441	1.4474	-0.0025	-0.0024	1.0000
62	1.2046	1.2098	-0.0023	-0.0023	1.0000
63	0.9823	0.9889	-0.0021	-0.0021	1.0000
64	0.7821	0.7898	-0.0019	-0.0019	1.0000
65	0.6076	0.6157	-0.0016	-0.0016	1.0000
66	0.4602	0.4683	-0.0013	-0.0013	1.0000
67	0.3398	0.3473	-0.0011	-0.0011	1.0000
68	0.2443	0.2510	-0.0008	-0.0008	1.0000
69	0.1712	0.1768	-0.0006	-0.0006	1.0000
70	0.1167	0.1213	-0.0005	-0.0005	1.0000
71	0.0775	0.0811	-0.0003	-0.0003	1.0000
72	0.0501	0.0528	-0.0002	-0.0002	1.0000
73	0.0316	0.0335	-0.0001	-0.0002	1.0000
74	0.0194	0.0207	-0.0001	-0.0001	1.0000
75	0.0116	0.0124	-0.0001	-0.0001	1.0000
76	0.0067	0.0073	0.0000	0.0000	1.0000
77	0.0038	0.0042	0.0000	0.0000	1.0000
78	0.0021	0.0023	0.0000	0.0000	1.0000

79	0.0011	0.0013	0.0000	0.0000	1.0000
80	0.0006	0.0007	0.0000	0.0000	1.0000
81	0.0003	0.0003	0.0000	0.0000	1.0000
82	0.0001	0.0002	0.0000	0.0000	1.0000
83	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	1.0000
84	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000
85	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000
86	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000
199	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000
200	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000

-----

NDT: 100            TIMES:    20000.0000                            B.C.:                            0.0000

-----

NDX	CADV	CEND	CXADV	CXEND	COURANT
1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000
2	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000
34	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000
35	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000
36	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	1.0000
37	0.0001	0.0002	0.0000	0.0000	1.0000
38	0.0003	0.0003	0.0000	0.0000	1.0000
39	0.0005	0.0006	0.0000	0.0000	1.0000
40	0.0010	0.0012	0.0000	0.0000	1.0000
41	0.0019	0.0021	0.0000	0.0000	1.0000
42	0.0035	0.0039	0.0000	0.0000	1.0000
43	0.0063	0.0069	0.0000	0.0000	1.0000
44	0.0110	0.0118	0.0001	0.0001	1.0000
45	0.0185	0.0198	0.0001	0.0001	1.0000
46	0.0304	0.0323	0.0001	0.0002	1.0000
47	0.0486	0.0512	0.0002	0.0002	1.0000
48	0.0756	0.0793	0.0003	0.0003	1.0000
49	0.1148	0.1195	0.0005	0.0005	1.0000
50	0.1698	0.1758	0.0006	0.0007	1.0000
51	0.2449	0.2523	0.0009	0.0009	1.0000
52	0.3447	0.3534	0.0011	0.0011	1.0000
53	0.4735	0.4834	0.0014	0.0015	1.0000
54	0.6352	0.6460	0.0018	0.0018	1.0000
55	0.8329	0.8441	0.0022	0.0022	1.0000
56	1.0679	1.0790	0.0025	0.0025	1.0000
57	1.3401	1.3505	0.0029	0.0029	1.0000
58	1.6472	1.6564	0.0032	0.0032	1.0000
59	1.9852	1.9927	0.0035	0.0035	1.0000
60	2.3482	2.3536	0.0037	0.0037	1.0000
61	2.7293	2.7325	0.0039	0.0039	1.0000
62	3.1210	3.1219	0.0039	0.0039	1.0000
63	3.5156	3.5145	0.0039	0.0039	1.0000
64	3.9065	3.9037	0.0039	0.0039	1.0000

65	4.2879	4.2839	0.0038	0.0037	1.0000
66	4.6558	4.6510	0.0036	0.0036	1.0000
67	5.0076	5.0025	0.0034	0.0034	1.0000
68	5.3422	5.3370	0.0033	0.0033	1.0000
69	5.6594	5.6544	0.0031	0.0031	1.0000
70	5.9600	5.9553	0.0029	0.0029	1.0000
71	6.2450	6.2405	0.0028	0.0028	1.0000
72	6.5153	6.5110	0.0026	0.0026	1.0000
73	6.7715	6.7673	0.0025	0.0025	1.0000
74	7.0137	7.0092	0.0024	0.0023	1.0000
75	7.2412	7.2363	0.0022	0.0022	1.0000
76	7.4526	7.4472	0.0020	0.0020	1.0000
77	7.6460	7.6398	0.0018	0.0018	1.0000
78	7.8187	7.8115	0.0016	0.0016	1.0000
79	7.9675	7.9593	0.0014	0.0013	1.0000
80	8.0890	8.0797	0.0011	0.0011	1.0000
81	8.1796	8.1693	0.0007	0.0007	1.0000
82	8.2358	8.2246	0.0004	0.0004	1.0000
83	8.2546	8.2426	0.0000	0.0000	1.0000
84	8.2335	8.2212	-0.0004	-0.0004	1.0000
85	8.1712	8.1587	-0.0008	-0.0008	1.0000
86	8.0671	8.0548	-0.0012	-0.0012	1.0000
87	7.9221	7.9106	-0.0016	-0.0016	1.0000
88	7.7385	7.7280	-0.0020	-0.0020	1.0000
89	7.5196	7.5104	-0.0024	-0.0023	1.0000
90	7.2699	7.2622	-0.0026	-0.0026	1.0000
91	6.9945	6.9885	-0.0029	-0.0029	1.0000
92	6.6992	6.6950	-0.0030	-0.0030	1.0000
93	6.3898	6.3873	-0.0031	-0.0031	1.0000
94	6.0722	6.0712	-0.0032	-0.0032	1.0000
95	5.7514	5.7517	-0.0032	-0.0032	1.0000
96	5.4319	5.4334	-0.0032	-0.0032	1.0000
97	5.1173	5.1196	-0.0031	-0.0031	1.0000
98	4.8103	4.8131	-0.0030	-0.0030	1.0000
99	4.5126	4.5155	-0.0029	-0.0029	1.0000
100	4.2248	4.2278	-0.0028	-0.0028	1.0000
101	3.9470	3.9499	-0.0027	-0.0027	1.0000
102	3.6788	3.6815	-0.0026	-0.0026	1.0000
103	3.4195	3.4218	-0.0026	-0.0026	1.0000
104	3.1679	3.1700	-0.0025	-0.0025	1.0000
105	2.9234	2.9253	-0.0024	-0.0024	1.0000
106	2.6853	2.6871	-0.0024	-0.0024	1.0000
107	2.4532	2.4551	-0.0023	-0.0023	1.0000
108	2.2274	2.2294	-0.0022	-0.0022	1.0000
109	2.0082	2.0105	-0.0022	-0.0022	1.0000
110	1.7966	1.7992	-0.0021	-0.0021	1.0000
111	1.5937	1.5967	-0.0020	-0.0020	1.0000
112	1.4007	1.4041	-0.0019	-0.0019	1.0000
113	1.2190	1.2227	-0.0018	-0.0018	1.0000
114	1.0498	1.0539	-0.0016	-0.0016	1.0000
115	0.8942	0.8985	-0.0015	-0.0015	1.0000

116	0.7529	0.7574	-0.0013	-0.0013	1.0000
117	0.6265	0.6309	-0.0012	-0.0012	1.0000
118	0.5149	0.5192	-0.0010	-0.0010	1.0000
119	0.4178	0.4220	-0.0009	-0.0009	1.0000
120	0.3347	0.3386	-0.0008	-0.0008	1.0000
121	0.2645	0.2681	-0.0006	-0.0006	1.0000
122	0.2063	0.2095	-0.0005	-0.0005	1.0000
123	0.1587	0.1615	-0.0004	-0.0004	1.0000
124	0.1204	0.1228	-0.0003	-0.0003	1.0000
125	0.0901	0.0921	-0.0003	-0.0003	1.0000
126	0.0664	0.0681	-0.0002	-0.0002	1.0000
127	0.0483	0.0496	-0.0002	-0.0002	1.0000
128	0.0346	0.0357	-0.0001	-0.0001	1.0000
129	0.0244	0.0253	-0.0001	-0.0001	1.0000
130	0.0170	0.0176	-0.0001	-0.0001	1.0000
131	0.0117	0.0121	0.0000	0.0000	1.0000
132	0.0079	0.0082	0.0000	0.0000	1.0000
133	0.0053	0.0055	0.0000	0.0000	1.0000
134	0.0034	0.0036	0.0000	0.0000	1.0000
135	0.0022	0.0024	0.0000	0.0000	1.0000
136	0.0014	0.0015	0.0000	0.0000	1.0000
137	0.0009	0.0009	0.0000	0.0000	1.0000
138	0.0006	0.0006	0.0000	0.0000	1.0000
139	0.0003	0.0004	0.0000	0.0000	1.0000
140	0.0002	0.0002	0.0000	0.0000	1.0000
141	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	1.0000
142	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	1.0000
143	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000
199	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000
200	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000

-----

## NOTE:

CADV : Concentration at the end of advection computation  
 CEND : Concentration at the end of diffusion computation  
 CXADV: Gradient Conc. at the end of advection computation  
 CXEND: Gradient Conc. at the end of diffusion computation

## PROGRAM ADVEKSI-DIFUSI

```

C0***6****1*****2*****3*****4*****5*****6*****77
PROGRAM FOR_TESTING_ADV_DIFF
C-----6-----1-----2-----3-----4-----5-----6-----77
C
C   To compute 1-D advection-diffusion transport of pollutant using
C   split process technique in which the physical process of pollutant
C   transport is splitted into two processes
C       a. advection process
C       b. diffusion process
C   The scheme used is the Holly-Preissmann.
C
C-----6-----1-----2-----3-----4-----5-----6-----77

PARAMETER (NDIM=1000)
DIMENSION AREA(NDIM), AREAP(NDIM), CONC(NDIM), CONCP(NDIM),
1          CONCX(NDIM), CONCCP(NDIM), CR(NDIM), CL(NDIM), CM(NDIM),
2          CN(NDIM), QI(NDIM), RI(NDIM), BC(NDIM),
3          CADV(NDIM), CXADV(NDIM)

REAL      INFLOW
CHARACTER TAB*1, NOTE*128
INTEGER  OUTF

C   -----
C   INITIALIZATION
C   -----
CALL RAZ (CONC,NDIM)
CALL RAZ (CONCP,NDIM)
CALL RAZ (CONCX,NDIM)
CALL RAZ (CONCCP,NDIM)
CALL RAZ (CR,NDIM)
CALL RAZ (CL,NDIM)
CALL RAZ (CM,NDIM)
CALL RAZ (CN,NDIM)
CALL RAZ (QI,NDIM)
CALL RAZ (RI,NDIM)
CALL RAZ (BC,NDIM)

WRITE (*,*) 'Start computation ...'
WRITE (*,*)
TAB = CHAR(9)

C   =====
C   PREPARING INPUT & OUTPUT FILES
C   =====
INF = 35
OUTF = 36
OPEN ( INF,FILE ='input')

```

```

OPEN (OUTF,FILE ='output')

C -----
C READ & DISPLAY GENERAL DATA
C -----
READ(INF,'(A)') NOTE
READ(INF,*) THETA, DIFF, DX, NDX, DT, NDT,
1 Q, QP, AR, ARP, IPRINT
WRITE(OUTF,800) THETA, DIFF, DX, NDX, DT, NDT,
1 Q, QP, AR, ARP, IPRINT
800 FORMAT ('          General data :',/,
1 '-----',/,
2 'Time weighting factor, THETA   = ', F10.2,/,
3 'Diffusion coefficient, DIFF    = ', F10.2,/,
4 'Uniform reach, DX              = ', F10.2,/,
5 'Number of reaches, NDX         = ', I7,/,
6 'Time step, DT                  = ', F10.2,/,
7 'Number of time step, NDT       = ', I7,/,
8 'Discharge, Q                   = ', F10.2,/,
9 'Previous discharge, QP         = ', F10.2,/,
% 'Area, AR                       = ', F10.2,/,
1 'Previous area, ARP             = ', F10.2,/,
2 'Printing controller, IPRINT    = ', I7,/,
3 '-----',/))

C -----
C READING INITIAL CONDITION
C -----
READ(INF,'(A)') NOTE
READ(INF,*) (CONC(I),I=1,NDX)
DO I = 2,NDX
CONCX(I) = (CONC(I)-CONC(I-1))/DX
ENDDO
CONCX(1) = 0.0

C -----
C READING BOUNDARY CONDITION
C -----
READ(INF,'(A)') NOTE
READ(INF,*) (BC(I),I=1,NDT)

DO I = 1,NDIM
AREA(I) = AR
AREAP(I) = ARP
ENDDO

C -----
C TIME-LOOP
C -----
DO IT = 1, NDT

```

```

C      Transferring current values
      DO I = 1,NDX
          CONCP(I) = CONC(I)
          CONCX(I) = CONCX(I)
      ENDDO

C      Compute the advection-diffusion process
      CALL PIPEADV (THETA, DIFF, DT, BC(IT), DX, Q, QP, NDX,
1          AREA,CONCP, CONCX, CONC, CONCX, CR, CL, CM, CN, QI, RI,
2          AREAP, CADV, CXADV)

      IF (IPRINT.NE.0 .AND. MOD(IT,IPRINT).EQ.0) THEN
          TIMES = IT*DT
          WRITE(*,'(A4,I4,A1,F12.2)') ' NDT',IT, ':', TIMES
          WRITE (OUTF,900) IT, TIMES, BC(IT), TAB, TAB, TAB, TAB, TAB
900      FORMAT (//,'NDT: ',I3,5X,'TIMES:',F13.4, 11X, 'B.C.: ',
1          F15.4,/,80(1H-),/, 'NDX', A1, 8X, 'CADV', A1, 8X,
2          'CEND', A1,7X, 'CXADV', A1, 7X, 'CXEND', A1, 5X,
3          'COURANT')
          DO I = 1,NDX
              WRITE (OUTF,1000) I, TAB, CADV(I), TAB, CONC(I),
1              TAB, CXADV(I), TAB, CONCX(I), TAB, CR(I)
1000      FORMAT(I3,7(A1,F12.4))
          ENDDO
          WRITE (OUTF,'(80(1H-))')
      ENDIF

      ENDDO

      WRITE(OUTF,2000)
2000 FORMAT (//,'NOTE:',/,
1 'CADV : Concentration at the end of advection computation',/,
2 'CEND : Concentration at the end of diffusion computation',/,
3 'CXADV: Gradient Conc. at the end of advection computation',/,
4 'CXEND: Gradient Conc. at the end of diffusion computation')

      WRITE (*,*)
      WRITE (*,*) 'The input filename: input'
      WRITE (*,*) 'The output filename: output'
      WRITE (*,*)
      WRITE (*,*) 'The end .... bye!'

      END

C0***6****1*****2*****3*****4*****5*****6*****77
      SUBROUTINE PIPEADV (THETA, DIFF, DT, BC, DX, Q, QP, N, A, CP, CXP,
1      C, CX, CRW, CL, CM, CN, QI, RI, AP, CADV, CXADV)
C-----6-----1-----2-----3-----4-----5-----6-----77
C
C      This subroutine solve solute transport equation :
C

```

```

C          (dC/dt) + U(dC/dx) = E(d2C/dx2)
C
C      using characteristic method. Discretization using the Holly-
C      Preissmann 4th interpolation.
C      We only consider the advective boundary condition.
C
C      On INPUT
C
C      THETA : REAL, Time weighting factor
C      DIFF  : REAL, Diffusion coefficient
C      DT    : REAL, Time step change
C      BC    : REAL, Imposed concentration (C) on the U.S. boundary
C              at current time step
C      DX    : REAL, Delta x; discretized length
C      Q,QP  : REAL, Discharge
C      N     : INTEGER, number of computational points
C      A(N)  : REAL, Area of the pipe
C      CP(N) : REAL, Concentration at previous time step
C      CXP(N): REAL, Gradient concentration at previous time step
C      AP(N) : REAL, Area of the pipe at previous time step
C
C      On OUTPUT
C
C      C(N)   : REAL, Concentration at current time step
C      CX(N)  : REAL, Gradient concentration at current time step
C      CRW(N) : REAL, Courant number
C      CADV(N): REAL, Concentration at current time step
C              for advection only
C      CXADV(N): REAL, Gradient concentration at current time step
C              for advection only
C
C      Working Array for DOUBLE-SWEEP ALGORITHM
C      CL(N), CM(N), CN(N), QI(N), RI(N) : REAL
C
C-----6-----1-----2-----3-----4-----5-----6-----77
C      DIMENSION A(N), CP(N), CXP(N), C(N), CX(N), CRW(N), CL(N), CM(N),
C      1          CN(N), QI(N), RI(N), AP(N), CADV(N), CXADV(N)
C-----6-----1-----2-----3-----4-----5-----6-----77
C
C      ASSIGN B.C. VALUE TO THE FIRST COMPUTATIONAL POINT
C      -----
C      C(1) = BC
C      U    = 0.5*(Q/A(1)+QP/AP(1))
C      CRW(1)= U*DT/DX
C
C      If U is too small then consider U = 0 then dC/dt = 0, d(CX)/dt = 0
C      so C, CX = constant w.r.t time
C      IF (U.GT.1.0E-5) THEN
C          CX(1) = -(C(1)-CP(1))/(U*DT)
C      ELSE

```

```

CX(1) = CXP(1)
ENDIF

```

```

C *****
C                                     THE ADVECTIVE COMPUTATION
C *****

```

```
DO 100 I = 2,N
```

```

U = 0.5*(Q/A(I)+QP/AP(I))
CR = U*DT/DX
K = INT(CR)
IK = I-K
CRW(I) = CR

```

```
IF (IK.GT.1) THEN
```

```

C     THE CHARACTERISTIC CURVE DOES NOT HIT THE U/S BOUNDARY
C     -----

```

```
ALPHA = CR - K
```

```

C     Compute the coefficients of CKSI
A1 = ALPHA*ALPHA*(3.0-2.0*ALPHA)
A2 = 1.0 - A1
A3 = ALPHA*ALPHA*(1.0-ALPHA)*DX
A4 = -ALPHA*(1.0-ALPHA)**2*DX

```

```

C     Compute the coefficients of CXKSI
B1 = 6.0*ALPHA*(ALPHA-1.0)/DX
B2 = - B1
B3 = ALPHA*(3.0*ALPHA-2.0)
B4 = (ALPHA-1.0)*(3.0*ALPHA-1.0)

```

```

C     Compute CKSI = C(I)
C(I) = A1*CP(IK-1) + A2*CP(IK) +
1     A3*CXP(IK-1) + A4*CXP(IK)

```

```

C     Compute CXKSI, CX(I)
CXKSI = B1*CP(IK-1) + B2*CP(IK) +
1     B3*CXP(IK-1) + B4*CXP(IK)
UXP   = QP*(1./AP(IK)-1./AP(IK-1))/DX
UX    = Q*(1./A(I)-1./A(I-1))/DX
CX(I) = CXKSI*(1.-0.5*DT*UXP)/(1.0+0.5*DT*UX)

```

```
ELSE
```

```

C     THE CHARACTERISTIC CURVE HITS THE U/S BOUNDARY
C     -----

```

```

BETA = FLOAT(I-1)/CR
UDT  = U*DT

```

```

C      Compute the coefficients of CKSI
      A1 = BETA*BETA*(3.0-2.0*BETA)
      A2 = 1.0 - A1
      A3 = BETA*BETA*(BETA-1.0)*UDT
      A4 = BETA*(BETA-1.0)**2*UDT

C      Compute the coefficients of CXKSI
      B1 = -6.0*BETA*(BETA-1.0)/UDT
      B2 = - B1
      B3 = BETA*(3.0*BETA-2.0)
      B4 = (BETA-1.0)*(3.0*BETA-1.0)

C      Compute CKSI, C(I)
      C(I) = C(1) + BETA*(CP(1)-C(1))

C      Compute CXKSI, CX(I)
      CXKSI = (CP(1)-C(1))/UDT
      UXP   = 0.0
      UX    = Q*(1./A(I)-1./A(I-1))/DX
      CX(I) = CXKSI*(1.-0.5*BETA*DT*UX)/(1.0+0.5*BETA*DT*UX)

```

```

      ENDIF

```

```

100  CONTINUE

```

```

      DO I = 1,N
        CADV(I) = C(I)
        CXADV(I) = CX(I)
      ENDDO

```

```

500  IF ((DIFF.LE.0.0) .OR. (N.EQ.2)) RETURN

```

```

C      *****
C      THE DIFFUSIVE COMPUTATION
C      *****
C
C      Upstream B.C. : C is the same as those of advective computation
C      Downstream B.C. : C is the same as those of advective computation
C
C      -----
C      FORWARD-SWEEP
C      -----
      A1 = THETA/DX
      A2 = -THETA/2.
      A3 = -A1
      A4 = A2

      DO 200 I = 2, N
        A5 = (C(I)-C(I-1))/DX - 0.5*(CX(I)+CX(I-1))
        AREA = 0.5*THETA*(A(I)+A(I-1)) +

```

```

1          0.5*THETA1*(AP(I)+AP(I-1))
AREAX = THETA*(A(I)-A(I-1))/DX +
1          THETA1*(AP(I)-AP(I-1))/DX
B1      = -0.5*AREA/DT
B2      = DIFF*THETA*(0.5*AREAX+AREA/DX)
B3      = B1
B4      = DIFF*THETA*(0.5*AREAX-Area/DX)
B5      = DIFF*( AREA*(CX(I)-CX(I-1))/DX +
1          0.5*AREAX*(CX(I)+CX(I-1)) )
IF (I.EQ.2) THEN
    DENOM = A4*B3 - A3*B4
    CL(I-1) = (A3*B1-A1*B3)/DENOM
    CM(I-1) = (A3*B2-A2*B3)/DENOM
    CN(I-1) = (A3*B5-A5*B3)/DENOM

    DENOM = A4*B2 - A2*B4
    QI(I) = (A1*B4 - A4*B1)/DENOM
    RI(I) = (A5*B4 - A4*B5)/DENOM
ELSE
    DENOM = A4*B3 - A3*B4
    CL(I-1) = (A1*B4-A4*B1)/DENOM
    CM(I-1) = (A2*B4-A4*B2)/DENOM
    CN(I-1) = (A5*B4-A4*B5)/DENOM

    TEMP = A3 + QI(I-1)*A4
    DENOM = A2 + CM(I-1)*TEMP
    QI(I) = (-A1 - CL(I-1)*TEMP)/DENOM
    RI(I) = (-A5 - CN(I-1)*TEMP - RI(I-1)*A4)/DENOM
ENDIF
200 CONTINUE

C      -----
C      BACKWARD-SWEEP
C      -----

C      Imposed D/S B/C.
DC = 0.0
C      ..... then
DCX = QI(N)*DC + RI(N)

DO 300 I = N,2,-1
    C(I) = C(I) + DC
    CX(I) = CX(I) + DCX
    IF (I.EQ.2) GOTO 400
    DC = CL(I-1)*DC + CM(I-1)*DCX + CN(I-1)
    DCX = QI(I-1)*DC + RI(I-1)
300 CONTINUE

400 CX(1) = CX(1) + CL(1)*DC + CM(1)*DCX + CN(1)

RETURN

```

END

C0\*\*\*6\*\*\*1\*\*\*\*\*2\*\*\*\*\*3\*\*\*\*\*4\*\*\*\*\*5\*\*\*\*\*6\*\*\*\*\*77  
SUBROUTINE RAZ(TABLE,LENGTH)

C-----  
DIMENSION TABLE(LENGTH)

DO 100 I = 1,LENGTH  
100 TABLE(I) = 0.0  
RETURN  
END

## DAFTAR PUSTAKA

- Cunge, J. A., Holly Jr., F. M., and Verwey, A., (1980), Practical Aspects of Computational River Hydraulics, Pitman Advanced Publishing Program, Boston • London • Melbourne.
- Holly Jr., Forrest M. and Preissmann, Alexandre, (1977), Accurate Calculation of Transport in Two Dimensions, Journal of the Hydraulics Division, Vol. 103, No. HY11, pages 1259–1276.
- Luknanto, Djoko, (1992), Numerical Simulation of Saturated Groundwater Flow and Pollutant Transport in Karst Regions, Ph.D. Dissertation, Iowa Institute of Hydraulic Research, Civil and Environmental Engineering, The University of Iowa, Iowa City, IA 52242, U.S.A.
- Sauvaget, Patrick, (1982), Dispersion in Rivers and Coastal Waters — 2. Numerical Computation of Dispersion, Developments in Hydraulic Engineering – 3, Chapter 2, Elsevier Applied Science, London and New York.
- Usseglio-Polatera, J.M. and Chenin-Mordojovich, M.I., (1988), Fractional Steps and Process Splitting Methods for Industrial Codes, Developments in Water Science 36, Computational Methods in Water Resources, Vol. 2 Numerical Methods for Transport and Hydrologic Processes, Editors: Celia, M.A., et. al., pages 167–172
- “Computational Hydraulics,” Course# 53:273, A lecture given by Prof. Forrest M. Holly Jr., Iowa Institute of Hydraulic Research, The University of Iowa, Iowa 52242, USA.
- “The Programmer’s Companion,” PRIME FORTRAN 77, Revision 18, Prime Computer, Inc., 1982.