

Dasar-dasar Optimasi

Optimasi Linier

diambil dari buku
Introduction to Operations Research, Sixth Edition, Frederick
S. Hillier, Gerald J. Lieberman, McGraw-Hill, Inc., International
Editions, Industrial Engineering Series, 1995

8/24/2003

Luknanto@ugm.ac.id

1

KPB Tiga P3A

- Sebuah satuan wilayah irigasi mempunyai tiga organisasi P3A (Persatuan Petani Pemakai Air)
- Wilayah ini dikelola secara bersama oleh sebuah KPB (Kantor Pengelolaan Bersama)
- KPB ini akan merencanakan produksi pertanian yang akan ditanam untuk tahun mendatang

8/24/2003

Luknanto@ugm.ac.id

2

Ketersediaan Sumberdaya

- Produksi pertanian terkait dibatasi oleh ketersediaan lahan dan air irigasi yang disediakan oleh pemerintah

P3A	Lahan (ha)	Alokasi air (10^3 m^3)
1	400	600
2	600	800
3	300	375

8/24/2003

Luknanto@ugm.ac.id

3

Produksi Pertanian

- Produksi pertanian yang cocok untuk daerah ini adalah cabai, jagung, padi.
- Ketiga jenis tanaman ini berbeda kebutuhan airnya maupun keuntungan bersih tiap ha.
- Departemen Pertanian menetapkan kuota luas lahan untuk masing-masing jenis tanaman.

8/24/2003

Luknanto@ugm.ac.id

4

Keterbatasan sumberdaya

Tanaman	Luas Lahan (ha)	Kebutuhan air (10^3 m^3)	Keuntungan bersih (juta/ha)
Padi	600	3	1000
Jagung	500	2	750
Cabai	325	1	250

- Karena ketersediaan air terbatas, maka KPB tidak akan dapat mengairi seluruh lahan dengan air yang tersedia

8/24/2003

Luknanto@ugm.ac.id

5

Aturan Kelompok

- Dari aspek sosial-kemasyarakatan, untuk menjaga *persamaan* antar P3A, maka telah disepakati bahwa dalam masing-masing P3A daerah yang diusahakan harus sama persentasenya terhadap tanah yang tersedia.
- Contoh: jika P3A 1 mengolah 200 ha dari luas tersedia 400 ha, maka P3A 2 harus mendapat 300 ha dari yang tersedia 600 ha, dan maka P3A 2 harus mendapat 150 ha dari yang tersedia 300 ha.
- Dalam masing P3A kombinasi tanaman yang boleh ditanam tidak dibatasi.

8/24/2003

Luknanto@ugm.ac.id

6

Tujuan

- KPB harus menentukan tanaman apa dan berapa luasnya untuk masing-masing P3A sehingga:
 - ❖ keuntungan total ketiga P3A maksimum
 - ❖ memenuhi setiap kendala yang dijumpai di lapangan

8/24/2003

Luknanto@ugm.ac.id

7

Perancangan

- Variabel keputusan:
Luas lahan untuk masing-masing tanaman dan P3A

Tanaman	Luas Lahan (ha)		
	P3A 1	P3A 2	P3A 3
Padi	x_1	x_2	x_3
Jagung	x_4	x_5	x_6
Cabai	x_7	x_8	x_9

8/24/2003

Luknanto@ugm.ac.id

8

Formulasi

- Keuntungan bersih padi
1000 ($x_1 + x_2 + x_3$)
- Keuntungan bersih jagung
750 ($x_4 + x_5 + x_6$)
- Keuntungan bersih cabai
250 ($x_7 + x_8 + x_9$)
- Fungsi Tujuan

$$\text{Max } Z = 1000(x_1 + x_2 + x_3) + 750(x_4 + x_5 + x_6) + 250(x_7 + x_8 + x_9)$$

8/24/2003

Luknanto@ugm.ac.id

9

Kendala

- Lahan (ha) tersedia tiap P3A:
 - $x_1 + x_4 + x_7 \leq 400$
 - $x_2 + x_5 + x_8 \leq 600$
 - $x_3 + x_6 + x_9 \leq 300$
- Alokasi air (10^3 m^3) untuk tiap P3A:
 - $3x_1 + 2x_4 + x_7 \leq 600$
 - $3x_2 + 2x_5 + x_8 \leq 800$
 - $3x_3 + 2x_6 + x_9 \leq 375$

8/24/2003

Luknanto@ugm.ac.id

10

Kendala

- Kuota luas (ha) masing-masing tanaman:
 - $x_1 + x_2 + x_3 \leq 600$
 - $x_4 + x_5 + x_6 \leq 500$
 - $x_7 + x_8 + x_9 \leq 325$
- *Persamaan* untuk tiap P3A:

$$\frac{x_1 + x_4 + x_7}{400} = \frac{x_2 + x_5 + x_8}{600} = \frac{x_3 + x_6 + x_9}{300}$$

8/24/2003

Luknanto@ugm.ac.id

11

Kendala

- Non-negatif: $x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, \dots, 9$
- Kendala *persamaan* harus diubah menjadi:
 - $3(x_1 + x_4 + x_7) = 2(x_2 + x_5 + x_8)$
 - $4(x_3 + x_6 + x_9) = 2(x_2 + x_5 + x_8)$

8/24/2003

Luknanto@ugm.ac.id

12

Formulasi Lengkap

- Max $Z = 1000(x_1 + x_2 + x_3) + 750(x_4 + x_5 + x_6) + 250(x_7 + x_8 + x_9)$
- kendala:
 1. $x_1 + x_4 + x_7 \leq 400$
 2. $x_2 + x_5 + x_8 \leq 600$
 3. $x_3 + x_6 + x_9 \leq 300$
 4. $3x_1 + 2x_4 + x_7 \leq 600$
 5. $3x_2 + 2x_5 + x_8 \leq 800$
 6. $3x_3 + 2x_6 + x_9 \leq 375$
 7. $x_1 + x_2 + x_3 \leq 600$
 8. $x_4 + x_5 + x_6 \leq 500$
 9. $x_7 + x_8 + x_9 \leq 325$
 10. $3(x_1 + x_4 + x_7) = 2(x_2 + x_5 + x_8)$
 11. $4(x_3 + x_6 + x_9) = 2(x_2 + x_5 + x_8)$
- catatan: kendala 2 dan 3 sudah dipenuhi oleh kendala 10 dan 11

8/24/2003

Luknanto@ugm.ac.id

13

Formulasi Lengkap

- Max $Z = 1000(x_1 + x_2 + x_3) + 750(x_4 + x_5 + x_6) + 250(x_7 + x_8 + x_9)$
- kendala:
 1. $x_1 + x_4 + x_7 \leq 400$
 2. $3x_1 + 2x_4 + x_7 \leq 600$
 3. $3x_2 + 2x_5 + x_8 \leq 800$
 4. $3x_3 + 2x_6 + x_9 \leq 375$
 5. $x_1 + x_2 + x_3 \leq 600$
 6. $x_4 + x_5 + x_6 \leq 500$
 7. $x_7 + x_8 + x_9 \leq 325$
 8. $3x_1 + 3x_4 + 3x_7 - 2x_2 - 2x_5 - 2x_8 = 0$
 9. $2x_3 + 2x_6 + 2x_9 - x_2 - x_5 - x_8 = 0$
 10. $x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, \dots, 9$

8/24/2003

Luknanto@ugm.ac.id

14

Formulasi dengan Lindo 1

```
! Contoh 1: Regional Planning, IOR p-48
! Maksimalkan keuntungan daerah, dengan 4 adalah luas tanah
! yang ditanami satu jenis tanaman di daerah pencairan tertentu
Max 1000 X1 + 1000 X2 + 1000 X3 +
    750 X4 + 750 X5 + 750 X6 +
    250 X7 + 250 X8 + 250 X9
st
!
! 1. Tanah yang dapat ditanami di setiap daerah pencairan
X1 + X4 + X7 <= 400
X2 + X5 + X8 <= 600
! X3 + X6 + X9 <= 300 tidak digunakan karena ada
! X3 + X6 + X9 <= 300 kendala No.4
!
! 2. Jatah air di setiap daerah pencairan
3 X1 + 2 X4 + X7 <= 600
3 X2 + 2 X5 + X8 <= 800
3 X3 + 2 X6 + X9 <= 375
!
! 3. Jumlah luas setiap jenis tanaman
X1 + X2 + X3 <= 600
X4 + X5 + X6 <= 500
X7 + X8 + X9 <= 325
!
! 4. Persamaan proporsional daerah yang ditanami
3 X1 + 3 X4 + 3 X7 - 2 X2 - 2 X5 - 2 X8 = 0
X2 + X5 + X8 - 2 X3 - 2 X6 - 2 X9 = 0
! 4 X3 + 4 X6 + 4 X9 - 3 X1 - 3 X4 - 3 X7 = 0 "redundant constraint"
End
```

8/24/2003

Luknanto@ugm.ac.id

15

Formulasi dengan Lindo 2

```
Max 1000 X1 + 1000 X2 + 1000 X3 +
    750 X4 + 750 X5 + 750 X6 +
    250 X7 + 250 X8 + 250 X9
st
X1 + X4 + X7 <= 400
3 X1 + 2 X4 + X7 <= 600
3 X2 + 2 X5 + X8 <= 800
3 X3 + 2 X6 + X9 <= 375
X1 + X2 + X3 <= 600
X4 + X5 + X6 <= 500
X7 + X8 + X9 <= 325
3 X1 + 3 X4 + 3 X7 - 2 X2 - 2 X5 - 2 X8 = 0
X2 + X5 + X8 - 2 X3 - 2 X6 - 2 X9 = 0
End
```

8/24/2003

Luknanto@ugm.ac.id

16

Hasil dengan Lindo

```
LP OPTIMUM FOUND AT STEP 0
OBJECTIVE FUNCTION VALUE
    1) 633333.3
VARIABLE          VALUE          REDUCED COST
X1 133.333328      0.000000
X2 100.000000      0.000000
X3 25.000000       0.000000
X4 100.000000      0.000000
X5 250.000000      0.000000
X6 150.000000      0.000000
X7 0.000000        83.333336
X8 0.000000        83.333336
X9 0.000000        83.333336
ROW SLACK OR SURPLUS DUAL PRICES
    2) 166.666672      0.000000
    3) 0.000000       333.333344
    4) 0.000000       333.333344
    5) 0.000000       333.333344
    6) 341.666656      0.000000
    7) 0.000000       83.333336
    8) 325.000000     0.000000
    9) 0.000000     0.000000
   10) 0.000000     0.000000
```

8/24/2003

Luknanto@ugm.ac.id

17