

Optimasi

Pemrograman Linier

Djoko Luknanto
 Staf Pengajar
 Jurusan Teknik Sipil FT UGM

Contoh dari Isamuiki

Jam produksi/batch

Pabrik	Produk 1	Produk 2	Jam tersedia/minggu
1	1 jam	0 jam	4 jam
2	0 jam	2 jam	12 jam
3	3 jam	2 jam	18 jam
Laba/batch	\$ 3.000	\$ 5.000	

24/08/2003

Jack la Motta

2

Data yang dibutuhkan

Sumberdaya	Pemakaian sumberdaya per unit kegiatan				Jumlah sumberdaya yang tersedia
	Kegiatan				
	1	2	...	n	
1	a_{11}	a_{12}	...	a_{1n}	b_1
2	a_{21}	a_{22}	...	a_{2n}	b_2
...
m	a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mn}	b_m
ΔZ /unit kegiatan	c_1	c_2	...	c_n	
Tingkat kegiatan	x_1	x_2	...	x_n	

24/08/2003

Jack la Motta

3

Formulasi

Memaksimumkan $Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$

sedemikian rupa sehingga memenuhi kendala:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leq b_2$$

...

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq b_m$$

dan $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0$

24/08/2003

Jack la Motta

4

Beberapa bentuk lain

- Meminimumkan bukan memaksimumkan fungsi tujuan:

Minimalkan $Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$

- Beberapa kendala menjadi lebih besar atau sama dengan:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \geq b_1$$

- Beberapa kendala menjadi sama dengan:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1$$

- Beberapa kendala non-negative tidak digunakan:

x_j mempunyai nilai bebas untuk j tertentu.

24/08/2003

Jack la Motta

5

Terminologi model linier 1

- Solusi *feasible*: penyelesaian yang memenuhi semua kendala.
- Solusi tidak *feasible*: penyelesaian yang melanggar salah satu kendala.
- Kawasan *feasible*: kumpulan semua solusi feasible.

24/08/2003

Jack la Motta

6

Terminologi model linier 2

- Solusi optimal: solusi *feasible* yang mempunyai nilai fungsi tujuan paling *favorable* yaitu:
 - Nilai paling besar jika fungsi tujuannya harus dimaksimumkan, dan
 - Nilai paling kecil jika fungsi tujuannya harus diminimumkan.

24/08/2003

Jack la Motta

7

Terminologi model linier 3

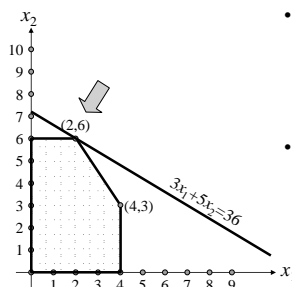
- Pada banyak permasalahan optimasi biasanya terdapat hanya satu solusi optimal, namun beberapa permasalahan mungkin solusi optimalnya lebih dari satu.
- Kemungkinan yang lain adalah tidak terdapat solusi optimal karena:
 - tidak mempunyai solusi *feasible*
 - kendala menyebabkan nilai fungsi tujuan menjadi tidak berhingga pada arah yang *favorable*.

24/08/2003

Jack la Motta

8

Satu Solusi Optimal



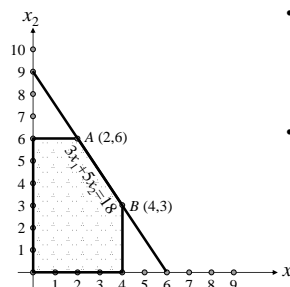
- Maksimumkan $Z = 3x_1 + 5x_2$ dengan kendala $x_1 \leq 4$, $2x_2 \leq 12$, $3x_1 + 2x_2 \leq 18$ dan $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
- Secara grafis diselesaikan dengan nilai $Z = 36$ dan $x_1 = 2$, $x_2 = 6$

24/08/2003

Jack la Motta

9

Banyak Solusi Optimal



- Maksimumkan $Z = 3x_1 + 2x_2$ dengan kendala $x_1 \leq 4$, $2x_2 \leq 12$, $3x_1 + 2x_2 \leq 18$ dan $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
- Secara grafis diselesaikan dengan nilai $Z = 18$ untuk setiap (x_1, x_2) pada AB

24/08/2003

Jack la Motta

10

Terminologi model linier 4

- Solusi titik sudut *feasible* (STSF): sebuah penyelesaian yang terletak pada titik sudut kawasan *feasible*.
- Hubungan antara solusi optimal dengan solusi titik sudut *feasible*:
 - jika sebuah program linier mempunyai solusi feasible dan kawasan feasible yang terbatas,
 - maka permasalahan ini pasti mempunyai STSF dan paling tidak satu solusi optimal, dan
 - STSF terbaik pasti sebuah solusi optimal.
 - jadi:
 - jika permasalahan mempunyai hanya satu solusi optimal, maka solusi tersebut pasti STSF
 - jika permasalahan mempunyai banyak solusi optimal, maka solusi tersebut dua diantaranya pasti STSF.

24/08/2003

Jack la Motta

11