

# Dasar-dasar Optimasi

## Optimasi Linier – Interpretasi Hasil Lindo

diambil dari buku

**Introduction to Operations Research, Sixth Edition, Frederick S. Hillier, Gerald J. Lieberman, McGraw-Hill, Inc., International Editions, Industrial Engineering Series, 1995**

# Formulasi dengan Lindo

Max 1000 X1 + 900 X2 + 800 X3 +  
750 X4 + 600 X5 + 500 X6 +  
250 X7 + 300 X8 + 350 X9

st

$$X1 + X4 + X7 \leq 400$$

$$3 X1 + 2 X4 + X7 \leq 600$$

$$3 X2 + 2 X5 + X8 \leq 800$$

$$3 X3 + 2 X6 + X9 \leq 375$$

$$X1 + X2 + X3 \leq 600$$

$$X4 + X5 + X6 \leq 500$$

$$X7 + X8 + X9 \leq 325$$

$$3 X1 + 3 X4 + 3 X7 - 2 X2 - 2 X5 - 2 X8 = 0$$

$$X2 + X5 + X8 - 2 X3 - 2 X6 - 2 X9 = 0$$

End

# Hasil dengan Lindo 1

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 2

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 577500.0

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	0.000000	0.000000
X2	75.000000	0.000000
X3	75.000000	0.000000
X4	300.000000	0.000000
X5	200.000000	0.000000
X6	0.000000	75.000000
X7	0.000000	250.000000
X8	175.000000	0.000000
X9	150.000000	0.000000

# Hasil dengan Lindo 2

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 2

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 577500.0

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	100.000000	0.000000
3)	0.000000	285.256409
4)	0.000000	335.256409
5)	0.000000	260.256409
6)	450.000000	0.000000
7)	0.000000	35.256409
8)	0.000000	70.512817
9)	0.000000	48.076923
10)	0.000000	-9.615385

# Interpretasi Hasil

- ***Slack* or surplus**
  - nilai kelebihan suatu sumberdaya yang digunakan pada kondisi optimum terhadap sumberdaya yang tersedia sebagai kendala
  - jika nilai *slack* atau surplus tidak sama dengan nol, maka perubahan kendala sebesar minus *slack* atau surplus belum berpengaruh pada nilai optimum
  - jika nilai *slack* atau surplus sama dengan nol, maka variabel terkait menjadi *variabel basis*

# Interpretasi Hasil

- **Reduced Cost**
  - penurunan harga tiap unit variabel keputusan tanpa berpengaruh pada nilai optimum
- **Dual Prices**
  - besarnya perubahan nilai optimum pada setiap unit perubahan sumberdaya yang tersedia sebagai kendala

# Hasil dengan Lindo 3

NO. ITERATIONS= 2

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

VARIABLE	CURRENT COEF	OBJ COEFFICIENT RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	1000.000000	171.874985	358.870972
X2	900.000000	83.333328	250.000000
X3	800.000000	916.666565	150.000015
X4	750.000000	412.037018	114.583321
X5	600.000000	114.583321	50.925922
X6	500.000000	75.000000	INFINITY
X7	250.000000	250.000000	INFINITY
X8	300.000000	150.000000	91.666664
X9	350.000000	676.666626	150.000000

# Hasil dengan Lindo 4

ROW	CURRENT RHS	RIGHTHAND SIDE RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	400.000000	INFINITY	100.000000
3	600.000000	177.272720	0.000000
4	800.000000	0.000000	130.000000
5	375.000000	0.000000	162.500000
6	600.000000	INFINITY	450.000000
7	500.000000	0.000000	288.888885
8	325.000000	0.000000	227.500000
9	0.000000	0.000000	177.272720
10	0.000000	0.000000	303.333344

# Analisis sensitivitas

- Jika koefisien salah satu variabel dalam fungsi tujuan diubah dalam kisaran yang disarankan, maka nilai optimum variabel keputusan tidak akan berubah
- Jika RHS dari salah satu kendala diubah dalam kisaran yang disarankan, maka nilai optimum dari dual prices dan reduced costs tidak akan berubah

# Skema Hasil Lindo

<b>Results</b>	
<b>Optimal Solution of Objective Function</b>	
<b>Feasible solution</b>	<b>Reduced cost</b>
<b>Slack or Surplus</b>	<b>Dual/Shadow Price</b>
<b>Sensitivity analysis</b>	
<b>Objective coefficient (cost per unit) ranges</b>	
<b>Resources available (Righthand) ranges</b>	

**the values stay the same**

# Interpretasi Mendalam

- Agar pemahaman terhadap hasil *Lindo* dapat dimengerti secara baik dan rinci, maka sebaiknya dilakukan riset dengan menggunakan *Lindo* untuk meneliti pernyataan-pernyataan pada tayangan sebelumnya.

# Data yang dibutuhkan

Sumberdaya	Pemakaian sumberdaya per unit kegiatan				Jumlah sumberdaya yang tersedia
	Kegiatan				
	1	2	...	$n$	
1	$a_{11}$	$a_{12}$	...	$a_{1n}$	$b_1$
2	$a_{21}$	$a_{22}$	...	$a_{2n}$	$b_2$
...	...	...	...	...	...
$m$	$a_{m1}$	$a_{m2}$	...	$a_{mn}$	$b_m$
$\Delta Z/\text{unit kegiatan}$	$c_1$	$c_2$	...	$c_n$	
Tingkat kegiatan	$x_1$	$x_2$	...	$x_n$	

# Formulasi

Memaksimumkan  $Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$

sedemikian rupa sehingga memenuhi kendala:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leq b_2$$

⋮

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq b_m$$

dan  $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0$

# Kenapa perlu analisis sensitivitas

- Di lapangan seluruh parameter optimasi ( $a_{ij}$ ,  $b_i$ ,  $c_j$ ) tidak mempunyai nilai konstan, namun merupakan nilai estimasi atau prediksi keadaan mendatang.
- Nilai parameter tersebut terutama  $b_i$  biasanya adalah keputusan kebijakan manajerial.
- Oleh karena itu sangat diperlukan prakiraan kepekaan kondisi optimal terhadap perubahan nilai parameter tersebut, sehingga analisis sensitivitas diperlukan.

# Contoh

$$\begin{aligned} \text{Max } & 1000 \text{ X1} + 900 \text{ X2} + 800 \text{ X3} + \\ & 750 \text{ X4} + 600 \text{ X5} + 500 \text{ X6} + \\ & 250 \text{ X7} + 300 \text{ X8} + 350 \text{ X9} \end{aligned}$$

st

$$\begin{aligned} & \text{X1} + \text{X4} + \text{X7} \leq 400 \\ 3 \text{ X1} + 2 \text{ X4} + \text{X7} & \leq 600 \\ 3 \text{ X2} + 2 \text{ X5} + \text{X8} & \leq 800 \\ 3 \text{ X3} + 2 \text{ X6} + \text{X9} & \leq 375 \\ & \text{X1} + \text{X2} + \text{X3} \leq 600 \\ & \text{X4} + \text{X5} + \text{X6} \leq 500 \\ & \text{X7} + \text{X8} + \text{X9} \leq 325 \\ 3 \text{ X1} + 3 \text{ X4} + 3 \text{ X7} - 2 \text{ X2} - 2 \text{ X5} - 2 \text{ X8} & = 0 \\ \text{X2} + \text{X5} + \text{X8} - 2 \text{ X3} - 2 \text{ X6} - 2 \text{ X9} & = 0 \end{aligned}$$

End

# Hasil dengan Lindo 1

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 2

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) ???????.?

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	0.000000	0.000000
X2	75.000000	0.000000
X3	75.000000	0.000000
X4	300.000000	0.000000
X5	200.000000	0.000000
X6	0.000000	75.000000
X7	0.000000	250.000000
X8	175.000000	0.000000
X9	150.000000	0.000000

# Hasil dengan Lindo 2

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 2

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) ??????.?

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	?.??????	0.000000
3)	?.??????	285.256409
4)	?.??????	335.256409
5)	?.??????	260.256409
6)	?.??????	0.000000
7)	?.??????	35.256409
8)	?.??????	70.512817
9)	?.??????	48.076923
10)	?.??????	-9.615385

# Pertanyaan

1. Berapakah nilai maksimum dari fungsi tujuan?
2. Hitung *slack* atau *surplus* dari masing-masing kendala?
3. Sebutkan variabel *non-basis* pada penyelesaian di atas?
4. Jelaskan secara lengkap apa yang terjadi jika fungsi tujuan di atas pada suku ke 6 dari “500 X6” diganti dengan “425 X6”
5. Jika anda diminta mengurangi *resource* yang tersedia, berilah peringkat pada *resource* mana saja yang akan anda kurangi dan sebutkan alasannya.

# Pertanyaan

6. Jika anda diminta menambah *resource* yang tersedia, berilah peringkat pada *resource* mana saja yang akan anda tambah dan sebutkan alasannya.
7. Karena beberapa perbaikan dalam penyediaan *resource*, ternyata pada *resource* ke 2 bertambah 1 unit, bertambah untung atau rugikah perusahaan di atas. Hitung berapakah pertambahan untung atau rugi yang akan ditanggung perusahaan tersebut.
8. Jika bilangan-bilangan yang terdapat pada fungsi tujuan di atas merupakan harga satuan untuk tiap aktivitas ( $x_i$ ), maka sebutkan aktivitas mana yang harga satuannya dapat diturunkan dan jelaskan alasan saudara.

# Jawaban 1

1. Nilai maksimum fungsi tujuan =  
 $1000 X_1 + 900 X_2 + 800 X_3 + 750 X_4$   
 $+ 600 X_5 + 500 X_6 + 250 X_7 + 300 X_8$   
 $+ 350 X_9$  dengan nilai  $X_1$  s/d  $X_9$   
seperti di atas, sehingga fungsi  
tujuan maksimum adalah  $1000 (0) +$   
 $900 (75) + 800 (75) + 750 (300) + 600$   
 $(200) + 500 (0) + 250 (0) + 300 (175)$   
 $+ 350 (150) = 577500.0$

# Jawaban 2

2. Karena nilai optimum untuk  $X_1$  s/d  $X_9$  telah diketahui, maka *slack* atau *surplus* dari masing-masing kendala dapat dihitung langsung dari mengurangi ruas kanan dengan ruas kiri dari masing-masing kendala contoh:  $400 - X_1 + X_4 + X_7 = 100$ . Secara lengkap *slack* atau *surplus* disajikan di bawah ini:

KENDALA	SLACK OR SURPLUS
1) $400 - X_1 + X_4 + X_7 =$	100.000000
2) $600 - 3 X_1 + 2 X_4 + X_7 =$	0.000000
3) $800 - 3 X_2 + 2 X_5 + X_8 =$	0.000000
4) $375 - 3 X_3 + 2 X_6 + X_9 =$	0.000000
5) $600 - X_1 + X_2 + X_3 =$	450.000000
6) $500 - X_4 + X_5 + X_6 =$	0.000000
7) $320 - X_7 + X_8 + X_9 =$	0.000000
8) $3 X_1 + 3 X_4 + 3 X_7 - 2 X_2 - 2 X_5 - 2 X_8 =$	0.000000
9) $X_2 + X_5 + X_8 - 2 X_3 - 2 X_6 - 2 X_9 =$	0.000000

# Jawaban 3

3. Dari penyelesaian di atas variabel *non-basis* dirunut dari variabel yang mempunyai nilai nol pada saat optimum yaitu

VARIABLE	VALUE	JENIS VARIABEL
X1	0.000000	<i>non-basis</i>
X2	75.000000	<i>basis</i>
X3	75.000000	<i>basis</i>
X4	300.000000	<i>basis</i>
X5	200.000000	<i>basis</i>
X6	0.000000	<i>non-basis</i>
X7	0.000000	<i>non-basis</i>
X8	175.000000	<i>basis</i>
X9	150.000000	<i>basis</i>

# Jawaban 4 & 5

4. Karena nilai *reduced cost* untuk aktivitas/variabel  $X_6$  adalah 75, maka fungsi tujuan nilainya tidak berubah yaitu 577500.0, pada saat suku ke 6 dari “500  $X_6$ ” diganti dengan “(500-75)  $X_6$ ”
5. Peringkat *resource* yang akan dikurangi ditentukan oleh nilai *slack* atau *surplus* dari masing-masing *resource* terkait, makin besar nilai nilai *slack* atau *surplus* peringkatnya makin tinggi. Jadi peringkat *resource* yang akan dikurangiurut dari kiri ke kanan adalah 5 dan 1. Lihat jawaban Nomer 2. Hal ini dilakukan dengan alasan andaikan *resource* dikurangi sebesar *surplus*, maka nilai optimum fungsi tujuan tidak berubah.

# Jawaban 6

6. Peringkat *resource* yang akan ditambah ditentukan oleh nilai *dual* atau *shadow price* dari masing-masing *resource* terkait, makin besar nilai *dual* atau *shadow price* peringkatnya makin tinggi. Jadi peringkat *resource* yang akan dikurangiurut dari kiri ke kanan adalah 3, 2, 4, 7, 8, dan 6. Hal ini dilakukan dengan alasan andaikan *resource* ditambah 1 unit, maka nilai optimum fungsi tujuan akan bertambah sebesar *shadow price*.

KENDALA	DUAL PRICES
1)	0.000000
2)	285.256409
3)	335.256409
4)	260.256409
5)	0.000000
6)	35.256409
7)	70.512817
8)	48.076923
9)	-9.615385

# Jawaban 7 & 8

7. Jika *resource* ke 2 bertambah 1 unit, maka nilai optimum fungsi tujuan akan bertambah sebesar 285.256409 atau perusahaan bertambah untung.
8. Harga satuan untuk tiap aktivitas ( $x_i$ ) dapat diturunkan sebesar *reduced cost* masing-masing aktivitas terkait tanpa mengurangi nilai optimum fungsi tujuan. Jadi aktivitas yang dapat dikurangi harga satuannya ialah aktivitas 6 dan 7.