

Dasar-dasar Optimasi

Optimasi Linier

diambil dari buku
Introduction to Operations Research, Sixth Edition, Frederick S.
Hillier, Gerald J. Lieberman, McGraw-Hill, Inc., International
Editions, Industrial Engineering Series, 1995

8/24/2003

Luknanto@ugm.ac.id

1

Contoh Prototip ...

- Perusahaan pintu “Isamuiki” memproduksi pintu dan jendela kaca dengan kosen dari kayu dan aluminium.
- Isamuiki mempunyai 3 pabrik, masing-masing memproduksi barang yang berlainan.

8/24/2003

Luknanto@ugm.ac.id

2

Produk Tiap Pabrik

- Pabrik 1: menghasilkan kosen aluminium dan “hardware”
- Pabrik 2: menghasilkan kosen kayu
- Pabrik 3: menghasilkan kaca dan merakit produk

8/24/2003

Luknanto@ugm.ac.id

3

Produk Perusahaan

- Perusahaan Isamuiki berusaha menaikkan pendapatan dengan membuat produk barang baru yaitu
 - Produk 1: pintu kaca dengan kosen aluminium ukuran 2 meter x 0,80 meter
 - Produk 2: jendela kaca dengan kosen kayu ukuran 1,25 meter x 0,70 meter

8/24/2003

Luknanto@ugm.ac.id

4

Cara Produksi

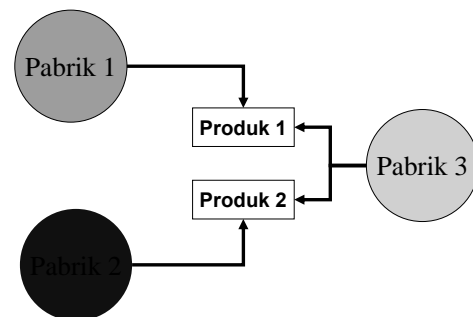
- Produk 1: membutuhkan sumberdaya dari Pabrik 1 dan Pabrik 3.
- Produk 2: membutuhkan Pabrik 2 dan Pabrik 3.

8/24/2003

Luknanto@ugm.ac.id

5

Skema produksi



8/24/2003

Luknanto@ugm.ac.id

6

What's next?

- Bagian pemasaran menyimpulkan bahwa "Isamuiki" harus menjual kedua produk tersebut sebanyak-banyaknya.
- Namun harus diperhatikan bahwa kedua produk tersebut secara bersamaan menggunakan Pabrik 3.
- Tidak jelas berapa perbandingan kedua produk tersebut harus diproduksi agar menghasilkan keuntungan terbesar bagi perusahaan.

8/24/2003

Luknanto@ugm.ac.id

7

Langkah lanjut

- Dibentuk tim "Riset Operasi" (RO) untuk studi mengenai cara produksi tersebut.
- Pihak pimpinan manajemen perusahaan mendiskusikan dengan Tim RO untuk memformulasikan "tujuan studi."

8/24/2003

Luknanto@ugm.ac.id

8

Tujuan Tim Riset Operasi

- Tentukan laju produksi untuk setiap produk agar menghasilkan keuntungan total terbesar, dengan memenuhi setiap kendala produksi yang terdapat pada ketiga pabrik tersebut.
- Setiap produk akan diproduksi dalam kelompok/batch, jadi laju produksi didefinisikan dalam jumlah batch yang diproduksi tiap minggu.
- Setiap kombinasi laju produksi diperbolehkan asal memenuhi kendala yang ada, termasuk "tidak memproduksi" salah satu produk.

8/24/2003

Luknanto@ugm.ac.id

9

Data yang dibutuhkan

- Tim RO menentukan bahwa data yang diperlukan adalah
 - Waktu produksi (jam) yang tersedia tiap minggu pada setiap pabrik untuk memproduksi produk baru.
 - Waktu produksi (jam) yang dibutuhkan tiap batch untuk memproduksi produk baru.
 - Keuntungan tiap batch untuk memproduksi produk baru.

8/24/2003

Luknanto@ugm.ac.id

10

Tabel 1. Data yang terkumpul

Jam produksi/batch

Pabrik	Produk 1	Produk 2	Jam tersedia/minggu
1	1 jam	0 jam	4 jam
2	0 jam	2 jam	12 jam
3	3 jam	2 jam	18 jam
Laba/batch	\$ 3.000	\$ 5.000	

8/24/2003

Luknanto@ugm.ac.id

11

Formulasi Program Linier

- Kita definisikan
 - x_1 adalah jumlah batch untuk Produk 1
 - x_2 adalah jumlah batch untuk Produk 2
- Keuntungan total tiap minggu (ribuan \$) memproduksi kedua produk ini adalah

$$Z = 3x_1 + 5x_2$$
- Tujuannya adalah memilih nilai x_1 dan x_2 agar nilai $Z = 3x_1 + 5x_2$ menjadi maksimum tanpa harus melampaui kapasitas ketiga pabrik yang tersedia

8/24/2003

Luknanto@ugm.ac.id

12

Kapasitas Pabrik 1

- Dalam tiap minggu, jika:
 - x_1 adalah jumlah batch untuk Produk 1
 maka waktu yang dibutuhkan untuk menghasilkan Produk 1 adalah
 - 1 jam * $x_1 = x_1$ jam
 dan waktu produksi ini tidak boleh melebihi waktu yang tersedia pada Pabrik 1 untuk menghasilkan Produk 1. Jadi
 - x_1 jam ≤ 4 jam

8/24/2003

Luknanto@ugm.ac.id

13

Kapasitas Pabrik 2

- Dalam tiap minggu, jika:
 - x_2 adalah jumlah batch untuk Produk 2
 maka waktu yang dibutuhkan untuk menghasilkan Produk 2 adalah
 - 2 jam * $x_2 = 2x_2$ jam
 dan waktu produksi ini tidak boleh melebihi waktu yang tersedia pada Pabrik 2 untuk menghasilkan Produk 2. Jadi
 - $2x_2$ jam ≤ 12 jam

8/24/2003

Luknanto@ugm.ac.id

14

Kapasitas Pabrik 3

- Dalam tiap minggu, jika:
 - x_1 adalah jumlah batch untuk Produk 1
 - x_2 adalah jumlah batch untuk Produk 2
 maka waktu yang dibutuhkan untuk menghasilkan Produk 1 dan Produk 2 adalah
 - $3x_1$ jam + $2x_2$ jam
 dan waktu produksi ini tidak boleh melebihi waktu yang tersedia pada Pabrik 3 untuk menghasilkan Produk 1 dan Produk 2. Jadi
 - $3x_1$ jam + $2x_2$ jam ≤ 18 jam

8/24/2003

Luknanto@ugm.ac.id

15

Formulasi Matematis

- Maksimumkan $Z = 3x_1 + 5x_2$
dengan kendala

$$x_1 \leq 4$$

$$2x_2 \leq 12$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 18$$

dan

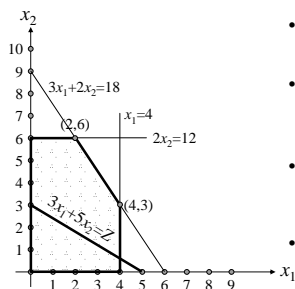
$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

8/24/2003

Luknanto@ugm.ac.id

16

Daerah Kendala



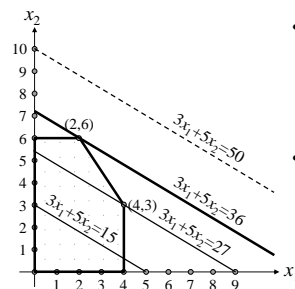
- Kendala non-negative:
 - $x_1 \geq 0$
 - $x_2 \geq 0$
- Kendala kapasitas:
 - $x_1 \leq 4$
 - $x_2 \leq 6$
 - $3x_1 + 2x_2 \leq 18$
- Daerah kendala akhir adalah poligon $(0,0)$ $(4,0)$ $(4,3)$ $(2,6)$ $(0,6)$ $(0,0)$
- Fungsi tujuan $Z = 3x_1 + 5x_2$

8/24/2003

Luknanto@ugm.ac.id

17

Maksimumkan Fungsi Tujuan



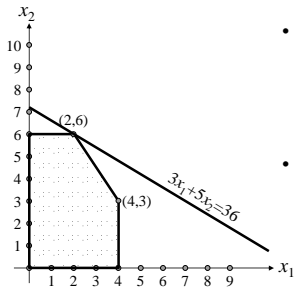
- Pilih nilai Z maksimum namun masih didalam *feasible region*
 - $3x_1 + 5x_2 = 15$
 - $3x_1 + 5x_2 = 27$
 - $3x_1 + 5x_2 = 36$
- Jika dipilih $Z=50$
 - $3x_1 + 5x_2 = 59$
 memang lebih maksimum namun keluar dari *kawasan feasible*

8/24/2003

Luknanto@ugm.ac.id

18

Penyelesaian Masalah



- Maksimumkan $Z = 3x_1 + 5x_2$ dengan kendala $x_1 \leq 4$, $2x_2 \leq 12$, $3x_1 + 2x_2 \leq 18$ dan $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
- Secara grafis diselesaikan dengan nilai $Z = 36$ dan $x_1 = 2$, $x_2 = 6$

8/24/2003

Luknanto@ugm.ac.id

19

Intepretasi Hasil

Formulasi Matematis

- Maksimumkan $Z = 3x_1 + 5x_2$ dengan kendala $x_1 \leq 4$, $2x_2 \leq 12$, $3x_1 + 2x_2 \leq 18$ dan $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
- Secara grafis diselesaikan dengan nilai $Z = 36$ dan $x_1 = 2$, $x_2 = 6$

Intrepretasi Hasil

- Keuntungan bersih \$36.000/minggu
- Keuntungan tersebut diperoleh dengan menghasilkan:
 - Produk 1 sebesar 2 batch/minggu
 - Produk 2 sebesar 6 batch/minggu
- Tidak ada kombinasi produksi yang menghasilkan keuntungan lebih besar dibanding hasil di atas.

8/24/2003

Luknanto@ugm.ac.id

20