

Dasar-dasar Optimasi

Optimasi Linier

diambil dari buku

Introduction to Operations Research, Sixth Edition, Frederick S. Hillier, Gerald J. Lieberman, McGraw-Hill, Inc., International Editions, Industrial Engineering Series, 1995

Contoh Prototip ...

- **Perusahaan pintu “Isamuiki” memproduksi pintu dan jendela kaca dengan kosen dari kayu dan aluminium.**
- **Isamuiki mempunyai 3 pabrik, masing-masing memproduksi barang yang berlainan.**

Produk Tiap Pabrik

- **Pabrik 1:** menghasilkan kosen aluminium dan “hardware”
- **Pabrik 2:** menghasilkan kosen kayu
- **Pabrik 3:** menghasilkan kaca dan merakit produk

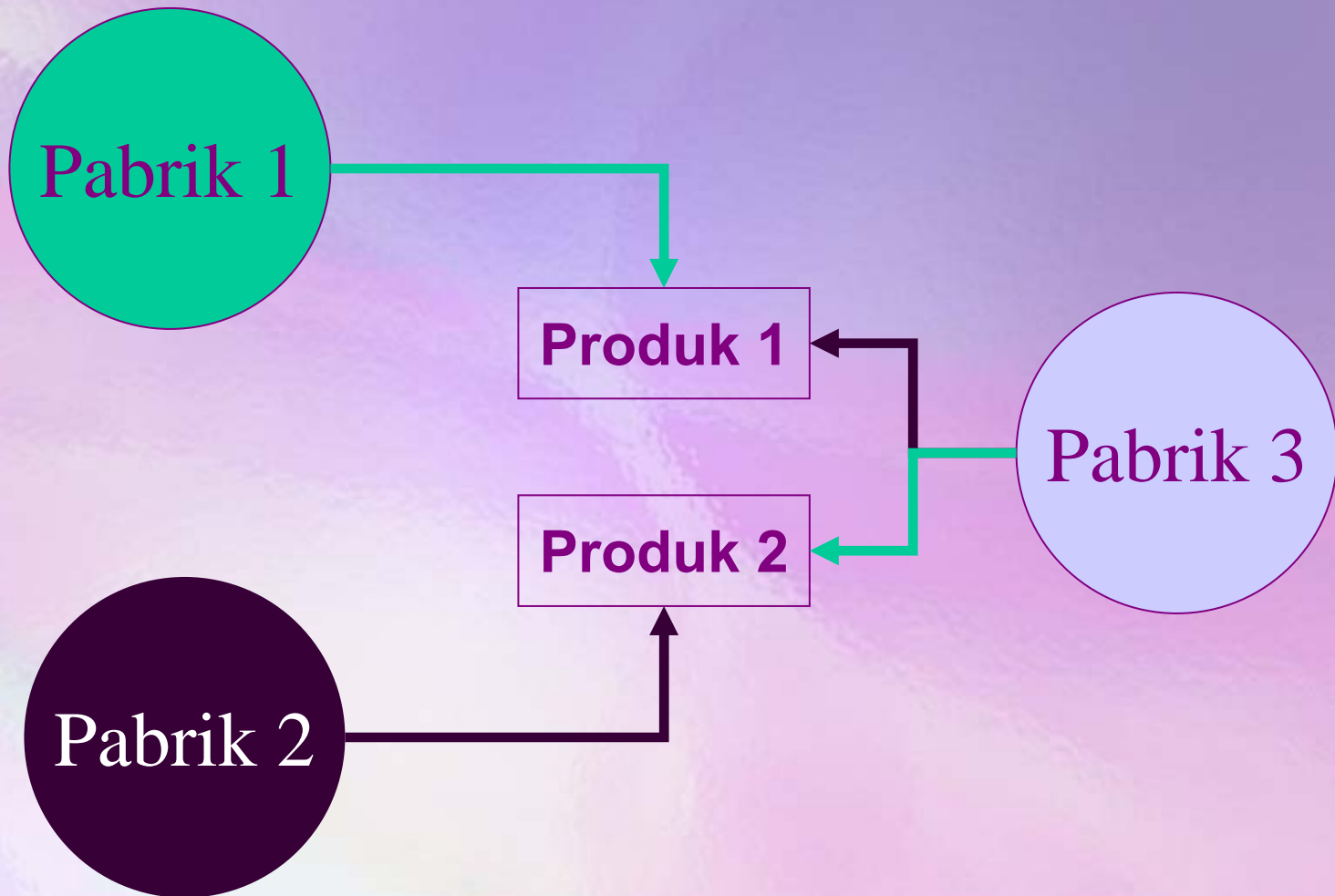
Produk Perusahaan

- **Perusahaan Isamuiki berusaha menaikkan pendapatan dengan membuat produk barang baru yaitu**
 - **Produk 1: pintu kaca dengan kosen aluminium ukuran 2 meter x 0,80 meter**
 - **Produk 2: jendela kaca dengan kosen kayu ukuran 1,25 meter x 0,70 meter**

Cara Produksi

- **Produk 1:** membutuhkan sumberdaya dari Pabrik 1 dan Pabrik 3.
- **Produk 2:** membutuhkan Pabrik 2 dan Pabrik 3.

Skema produksi



What's next?

- **Bagian pemasaran menyimpulkan bahwa “Isamuiki” harus menjual kedua produk tersebut sebanyak-banyaknya.**
- **Namun harus diperhatikan bahwa kedua produk tersebut secara bersamaan menggunakan Pabrik 3.**
- **Tidak jelas berapa perbandingan kedua produk tersebut harus diproduksi agar menghasilkan keuntungan terbesar bagi perusahaan.**

Langkah lanjut

- **Dibentuk tim “Riset Operasi” (RO) untuk studi mengenai cara produksi tersebut.**
- **Pihak pimpinan manajemen perusahaan mendiskusikan dengan Tim RO untuk memformulasikan “tujuan studi.”**

Tujuan Tim Riset Operasi

- Tentukan laju produksi untuk setiap produk agar menghasilkan keuntungan total terbesar, dengan memenuhi setiap kendala produksi yang terdapat pada ketiga pabrik tersebut.
- Setiap produk akan diproduksi dalam kelompok/batch, jadi laju produksi didefinisikan dalam jumlah batch yang diproduksi tiap minggu.
- Setiap kombinasi laju produksi diperbolehkan asal memenuhi kendala yang ada, termasuk “tidak memproduksi” salah satu produk.

Data yang dibutuhkan

- **Tim RO menentukan bahwa data yang diperlukan adalah**
 - **Waktu produksi (jam) yang tersedia tiap minggu pada setiap pabrik untuk memproduksi produk baru.**
 - **Waktu produksi (jam) yang dibutuhkan tiap batch untuk memproduksi produk baru.**
 - **Keuntungan tiap batch untuk memproduksi produk baru.**

Tabel 1. Data yang terkumpul

Jam produksi/batch

Pabrik	Produk 1	Produk 2	Jam tersedia/minggu
1	1 jam	0 jam	4 jam
2	0 jam	2 jam	12 jam
3	3 jam	2 jam	18 jam
Laba/batch	\$ 3.000	\$ 5.000	

Formulasi Program Linier

- Kita definisikan
 - x_1 adalah jumlah batch untuk Produk 1
 - x_2 adalah jumlah batch untuk Produk 2
- Keuntungan total tiap minggu (ribuan \$) memproduksi kedua produk ini adalah
$$Z = 3x_1 + 5x_2$$
- Tujuannya adalah memilih nilai x_1 dan x_2 agar nilai $Z = 3x_1 + 5x_2$ menjadi maksimum tanpa harus melampaui kapasitas ketiga pabrik yang tersedia

Kapasitas Pabrik 1

- Dalam tiap minggu, jika:
 - x_1 adalah jumlah batch untuk Produk 1 maka waktu yang dibutuhkan untuk menghasilkan Produk 1 adalah
 - 1 jam * $x_1 = x_1$ jam
- dan waktu produksi ini tidak boleh melebihi waktu yang tersedia pada Pabrik 1 untuk menghasilkan Produk 1. Jadi
- $x_1 \text{ jam} \leq 4 \text{ jam}$

Kapasitas Pabrik 2

- Dalam tiap minggu, jika:
 - x_2 adalah jumlah batch untuk Produk 2 maka waktu yang dibutuhkan untuk menghasilkan Produk 2 adalah
 - 2 jam * $x_2 = 2x_2$ jam
- dan waktu produksi ini tidak boleh melebihi waktu yang tersedia pada Pabrik 2 untuk menghasilkan Produk 2. Jadi
- $2x_2 \text{ jam} \leq 12 \text{ jam}$

Kapasitas Pabrik 3

- Dalam tiap minggu, jika:
 - x_1 adalah jumlah batch untuk Produk 1
 - x_2 adalah jumlah batch untuk Produk 2maka waktu yang dibutuhkan untuk menghasilkan Produk 1 dan Produk 2 adalah
 - $3x_1$ jam + $2x_2$ jamdan waktu produksi ini tidak boleh melebihi waktu yang tersedia pada Pabrik 3 untuk menghasilkan Produk 1 dan Produk 2 . Jadi
 - $3x_1$ jam + $2x_2$ jam \leq 18 jam

Formulasi Matematis

- Maksimumkan $Z = 3x_1 + 5x_2$
dengan kendala

$$x_1 \leq 4$$

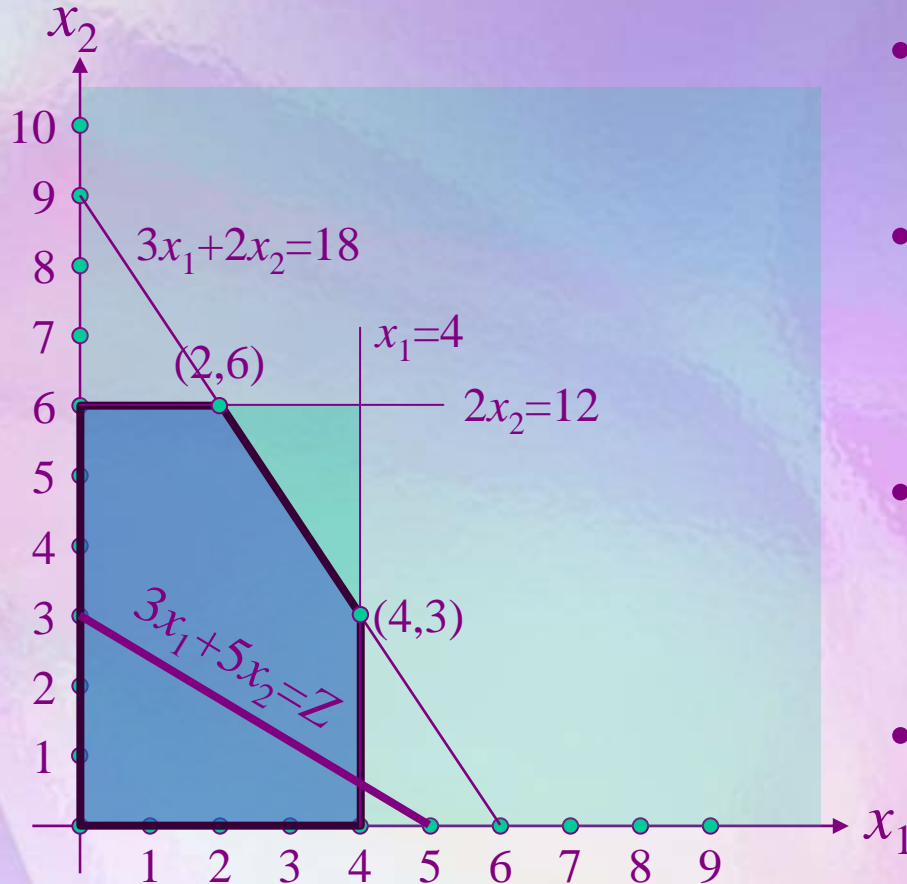
$$2x_2 \leq 12$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 18$$

dan

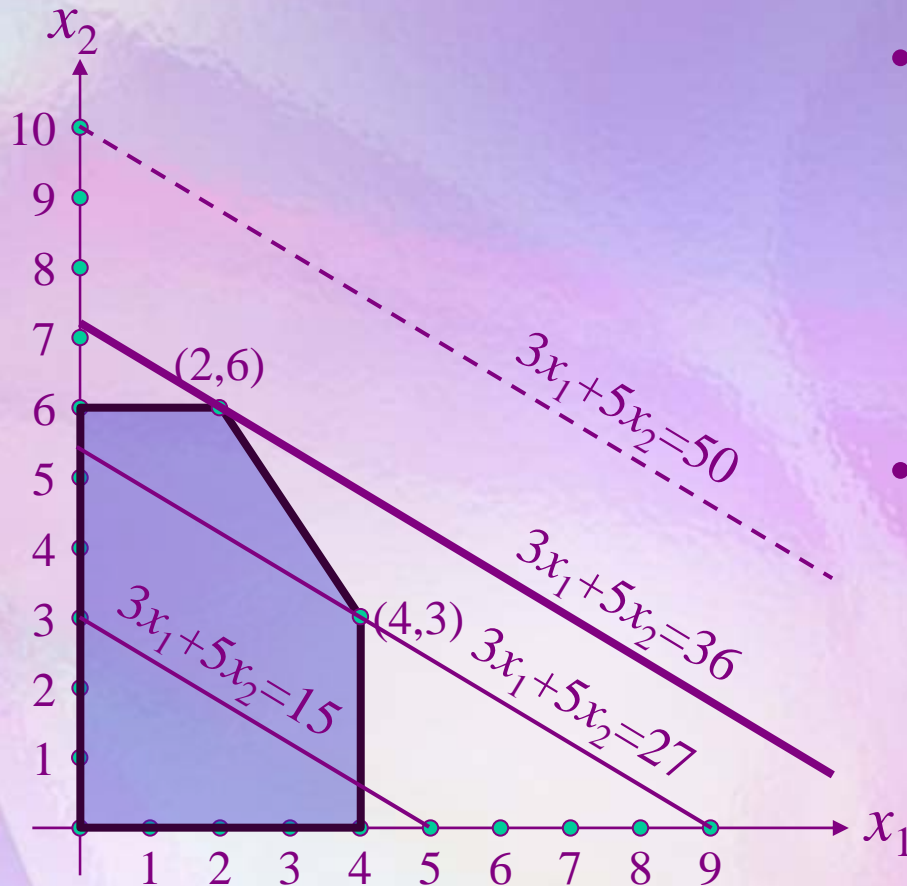
$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Daerah Kendala



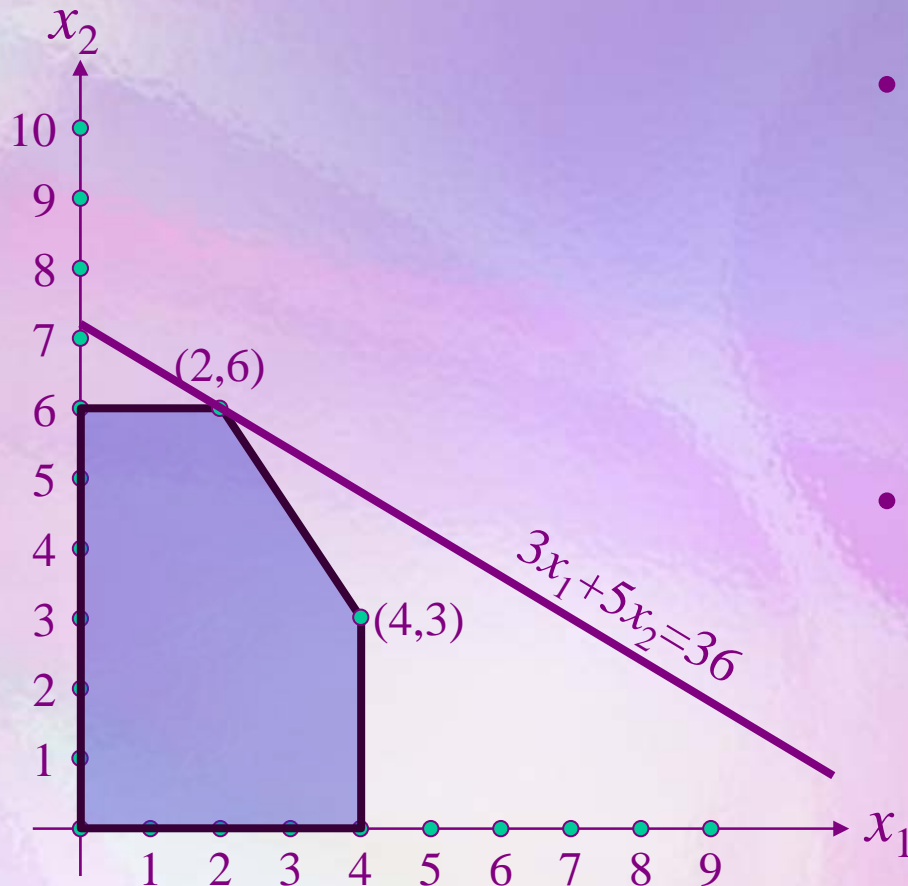
- Kendala non-negative:
 $x_1 \geq 0$
 $x_2 \geq 0$
- Kendala kapasitas:
 $x_1 \leq 4$
 $x_2 \leq 6$
 $3x_1 + 2x_2 \leq 18$
- Daerah kendala akhir adalah poligon $(0,0)$ $(4,0)$ $(4,3)$ $(2,6)$ $(0,6)$ $(0,0)$
- Fungsi tujuan
 $Z = 3x_1 + 5x_2$

Maksimumkan Fungsi Tujuan



- Pilih nilai Z maksimum namun masih didalam *feasible region*
 - $3x_1 + 5x_2 = 15$
 - $3x_1 + 5x_2 = 27$
 - $3x_1 + 5x_2 = 36$
- Jika dipilih $Z=50$
 - $3x_1 + 5x_2 = 59$memang lebih maksimum namun keluar dari *kawasan feasible*

Penyelesaian Masalah



- Maksimumkan
 $Z = 3x_1 + 5x_2$
dengan kendala
 $x_1 \leq 4$
 $2x_2 \leq 12$
 $3x_1 + 2x_2 \leq 18$
dan $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
- Secara grafis
diselesaikan dengan nilai
 $Z = 36$
dan $x_1 = 2$
 $x_2 = 6$

Intepretasi Hasil

Formulasi Matematis

- Maksimumkan
$$Z = 3x_1 + 5x_2$$
dengan kendala
$$x_1 \leq 4$$
$$2x_2 \leq 12$$
$$3x_1 + 2x_2 \leq 18$$
dan $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
- Secara grafis diselesaikan dengan nilai
$$Z = 36$$
dan $x_1 = 2$
$$x_2 = 6$$

Intrepretasi Hasil

- Keuntungan bersih \$36.000/minggu
- Keuntungan tersebut diperoleh dengan menghasilkan:
 - Produk 1 sebesar 2 batch/minggu
 - Produk 2 sebesar 6 batch/minggu
- Tidak ada kombinasi produksi yang menghasilkan keuntungan lebih besar dibanding hasil di atas.